

ORSAY
SÉRIE A, N° 41

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LACOMBE Michel

1^{re} THÈSE. — Contribution à l'étude théorique de l'interaction nucléon-nucléon.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 Mars 1964 devant la Commission d'examen.

MM. TEILLAC	<i>Président.</i>
NATAF	} <i>Examineurs.</i>
GOURDIN	
VINH MAU	<i>(Invité).</i>

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres

PARIS (15^e)

1964



Digitized by the Internet Archive
in 2026

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

Nom du Candidat : LACOMBE

Prénom : Michel

Date de la soutenance : 18 mars 1964

Numéro d'ordre : Série A, N° 41

1

LACOMBE (Michel). — Contribution à l'étude théorique de l'interaction nucléon-nucléon. — Paris, Editions de la Revue d'Optique, 1964, 44 p., 14 fig.

Th. Sc. Phys. Paris. 1964. Sér. A, N° 41.

2

LACOMBE (Michel). — Contribution à l'étude théorique de l'interaction nucléon-nucléon. — Paris, Editions de la Revue d'Optique, 1964, 44 p., 14 fig.

Th. Sc. Phys. Paris. 1964. Sér. A, N° 41.

3

LACOMBE (Michel). — Contribution à l'étude théorique de l'interaction nucléon-nucléon. — Paris, Editions de la Revue d'Optique, 1964, 44 p., 14 fig.

Th. Sc. Phys. Paris. 1964. Sér. A, N° 41.

4

LACOMBE (Michel). — Contribution à l'étude théorique de l'interaction nucléon-nucléon. — Paris, Editions de la Revue d'Optique, 1964, 44 p., 14 fig.

Th. Sc. Phys. Paris. 1964. Sér. A, N° 41.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

LACOMBE Michel

1^{re} THÈSE. — Contribution à l'étude théorique de l'interaction nucléon-nucléon.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 Mars 1964 devant la Commission d'examen.

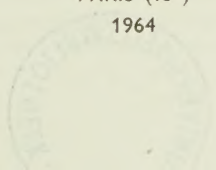
MM. TEILLAC	<i>Président.</i>
NATAF	} <i>Examineurs.</i>
GOURDIN	
VINH MAU	
	<i>(Invité).</i>

Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*

3 et 5, boulevard Pasteur — 165, rue de Sèvres

PARIS (15^e)

1964



FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen M. ZAMANSKY

G. JULIA	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	ULRICH	T Physiologie végétale.
PRENANT	T Anatomie et Histologie comparée.	MARÉCHAL	T Optique théor. et appliq.
GRASSÉ	T Evolution des êtres organisés.	KIRRMANN	T Théories chimiques.
PRÉVOST	T Chimie organique.	CHADEFAUD	T Botanique.
WYART	T Minéralo. et Cristallo.	M ^{lle} LE BRETON	T Physio. de la nutrition.
TEISSIER	T Zoologie.	SALEM	T Mathématiques générales.
MANGENOT	T Biologie Vég. (Orsay).	LELONG	T Application de l'analyse à la géométrie.
AUGER	T Physique quantique et Relativité.	DEVILLERS	T Anatomie et Histol. Comp.
MONNIER	T Physiologie générale.	EHRESMANN	T Topologie algébrique.
PIVETEAU	T Paléontologie.	FRANÇON	T Physique (S. P. C. N.).
ROCARD	T Physique (E. N. S.).	GLANGEAUD	T Géographie Phys. et Géol. dynamique.
CARTAN	T Mathématiques (E. N. S.).	GODEMENT	T Mathématiques (M. P. C.).
LAFFITTE	T Chimie générale.	PISOT	T Tech. Mathém. de la Phys.
FAVARD	T Géométrie supérieure.	ROCH	T Géologie.
COULOMB	T Physique du Globe.	SCHATZMAN	T Astrophysique.
M ^{lle} COUSIN	T Biologie animale (S. P. C. N.).	TERMIER	T Paléontologie stratig.
CHRÉTIEN	T Chimie minérale.	ZAMANSKY	T Mathématiques générales.
DRACH	T Zoologie.	LENNUIER	T Physique (M. G. P.).
KASTLER	T Physique (E. N. S.).	RIZET	T Génétique.
EPHROSSI	T Génétique.	ROUTHIER	T Géologie appliquée.
RIVIERE	T Géologie S. P. C. N. et Sédim.	M ^{me} TONNELAT	T Physique théorique.
GAUTHIERET	T Biologie Vég. (P. C. B.).	DIXMIER	T Mathématiques (M. P. C.).
LUCAS R.	T Recherches physiques.	SOUGHAY	T Chimie générale.
THOMAS A.	T Biologie cellulaire.	AIGRAIN	T Electrotechnique gén.
ARNULF	T Optique appliquée.	BRUSSET	T Chimie systématique.
MORAND	T Physique Enseignement.	M. LEVY	T Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
SOLEILLET	T Physique (P. C. B.).	M ^{me} CHAIX	T Chimie biologique.
FORTIER	T Mécanique Exp. des Fluides.	M ^{me} HUREL-PY	T Biologie végétale (P. C. B.).
DANJON	T Astronomie.	PIAUX	T Chimie (M. P. C.).
PETIT	T Biologie maritime.	BRUN	T Mécanique théorique des Fluides.
QUENEY	T Météorologie et dynamique atmosphérique.	LEDERER	T Chimie biologique.
GALLIEN	T Embryologie.	M ^{me} DUBREIL	T Mathématique (Agrég.).
EICHHORN	T Botanique.	M ^{me} LELONG	T Mathématiques II (E. N. S.).
DE CUGNAC	T Biologie Vég. (S. P. C. N.).	BELLAIR	T Géologie (S. P. C. N.).
M ^{lle} CAUCHOIS	T Chimie Physique.	COTTE	T Physique électricité.
THELLIER	T Physique du Globe.	DUBOIS J. E.	T Chimie organique.
L'HÉRITIER	T Biologie Gén. (Orsay).	LAMOTTE	T Zoologie (E. N. S.).
GRIVET	T Radioélectricité (Orsay).	MICHEL A.	T Chimie minérale (Orsay).
PONCIN	T Mécanique générale.	OLMER	T Énergétique générale.
DUBREIL	T Arithm. et Théorie des Nombres.	ROUAULT	T Electricité (Orsay).
QUELET	T Chimie Organique.	GAUTHIER	T Mécanique appliquée.
CAGNIARD	T Géophysique appliquée.	BARCHIEWITZ	T Chimie Physique.
CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire.	BROSSEL	T Physique atomique.
CUVILLIER	T Micropaléontologie.	BUSER	T Physiologie comparée.
JUNG	T Pétrographie.	CAMUS	T Physiol. Végétale BMPV.
TRILLAT	T Microscopie et diffraction électronique.	CASTAING	T Physique II Thermod. Orsay.
WIEMANN	T Chimie organique et struc.	CURIEN	T Minéralo. et Cristallo.
JACQUINOT	T Spectroscopie et Physique céleste (Orsay).	MOYSE	T Physiologie végét. Orsay.
VASSY	T Physique de l'atmosphère.	NOIROT	T Evolution des Êtres Org.
DESTOUCHES	T Théories physiques.	PANNETIER	T Chimie générale.
AMIEL	T Chimie générale.	POSSOMPES	T Zoologie.
HOCART	T Minéralogie et Cristallo.	PULLMANN	T Chimie quantique.
J. P. MATHIEU	T Physique optique.	TEILLAC	T Physique Nucl. et Radio-activité.
COUTEAUX	T Biologie animale (P. C. B.).	TONNELAT	T Biologie Physico-chim.
MAY	T Zoologie (Orsay).	VILLE	T Econométrie.
CHOQUET	T Théorie des fonctions et Topologie.	WILLEMART	T Chimie (P. C. B.).
FELDMANN	T Biologie Végét. marine.	DODE	T Chimie (Orsay).
GUINIER	T Physique des Solides (Orsay).	FREYMANN	T Recherches Physiques.
JOST	T Physiologie comparée.	GUINOCHET	T Biol. vég. S. P. C. N. (Orsay).
FORTET	T Calcul des Probabilités et Physique mathématique.	ROLLET	T Chimie minérale.
SCHARTZ	T Calcul diff. et Intégral.	M ^{lle} JOSIEN.	T Chimie S. P. C. N.
CHOUARD	T Physiologie végétale.	CHEVALLEY	T Géométrie algèb. et théorie des groupes.
MALAVARD	T Aviation (Techn. Aéronaut.).	ARNOULT	T Electronique (Orsay).
BRELOT	T Calcul diff. et intégral.	CHAPELLE	T Physique (Orsay).
NORMANT	T Chimie organique.	DELANGE	T Mathématiques I (Orsay).
BENARD	T Chimie minérale.	DENY	T Mathématiques Gén. Orsay.
BUVAT	T Botanique (E. N. S.).	GERMAIN	T Mécanique théor. des fluides.
DUGUE	T Statistiques Mathématiques.	LUCAS G.	T Géologie.
SOULAIRAC	T Psychophysiologie.	ALLARD	T Chimie Physique.
		BERTHELOT	T Phys. des particules Fond.
		BRICART	T Météor. et Phys. de l'Atmosphère.

(suite sur dernière page)



CONTRIBUTION À L'ÉTUDE THÉORIQUE DE L'INTERACTION NUCLÉON-NUCLÉON

PAR

Michel LACOMBE

INTRODUCTION

Les physiciens théoriciens et expérimentateurs se sont, depuis longtemps, penchés sur le problème de l'interaction nucléon-nucléon ; voici bientôt trente années que Yukawa a introduit, pour expliquer les forces nucléaires, l'hypothèse de l'échange de quanta de masse finie ; des travaux considérables ont suivi depuis. Cependant, nous ne possédons pas encore de théorie des forces nucléaires, comparable à celle des forces électromagnétiques dans les atomes.

La description la plus générale de la diffusion de deux particules de spin $1/2$ nécessite, ainsi que nous le rappellerons un peu plus en détail par la suite, la connaissance de cinq fonctions complexes pour chaque état d'isospin et pour chaque valeur de l'angle de diffusion entre 0° et 90° . On est conduit à cinq types d'interaction possibles : centrale, spin-spin, tenseur, spin-orbite et spin-orbite au carré, multipliée chacune par une fonction que l'on suppose dépendre de la distance seule. Aucun des efforts tentés pour éliminer une ou plusieurs de ces interactions n'a été concluant.

Notons par exemple qu'à basse énergie, dans le cas de l'interaction neutron-proton, l'existence d'un moment quadrupolaire pour le deutéron impose la présence de la partie tensorielle de l'interaction ; or, nous le verrons par la suite, cette partie est une source importante de complications. De son côté, la diffusion nucléon-nucléon au-dessus de 150 MeV est incompatible avec l'absence d'une interaction spin-orbite. Enfin l'introduction d'un terme spin-orbite au carré dans l'interaction a permis d'améliorer l'accord avec l'expérience.

Cette complexité explique l'ampleur des travaux réalisés et la nécessité d'explorer l'interaction dans tous ses détails ; il n'est évidemment pas possible de déterminer séparément chaque partie de l'interaction ; tout au plus peut-on se placer dans une situation où une ou plusieurs parties deviennent prépondérantes. Du point de vue théorique il en résulte une complexité des calculs, c'est-à-dire la nécessité d'approximations, donc des résultats différents suivant la nature de ces approximations et de la méthode utilisée pour les introduire.

Il ne saurait être question d'aborder ici le sujet dans toute son ampleur. Dans ce travail nous ne considérerons que certains aspects bien délimités.

1. La nécessité de déterminer, pour chaque état d'isospin, cinq quantités complexes a imposé aux expérimentateurs d'utiliser des moyens d'investigation

sans cesse plus puissants. Les premières expériences de diffusion nucléon-nucléon ont été menées avec des faisceaux de particules incidentes non polarisées ; la section efficace que l'on mesure lorsqu'un tel faisceau frappe une cible de protons admet l'axe du faisceau pour axe de symétrie (symétrie azimutale). Dès 1953 on a commencé à utiliser des faisceaux incidents polarisés ; le faisceau d'un accélérateur de protons, avant d'être utilisé, est diffusé sur une cible de carbone, par exemple, ce qui a pour effet d'aligner, de polariser les spins des protons. Un vaste champ d'expériences nouvelles était ainsi ouvert : expériences de double diffusion, où l'on mesure l'asymétrie azimutale du faisceau polarisé diffusé sur une cible de protons ; expériences de triple diffusion, où le faisceau polarisé est diffusé successivement sur une cible de protons, puis sur une nouvelle cible de carbone et l'asymétrie finale mesurée. A ces expériences possibles il faut ajouter celles de mesure de polarisation en corrélation : le faisceau initial non polarisé est diffusé sur une cible de protons, les faisceaux diffusés et de recul sont ensuite rediffusés chacun sur une cible de carbone et les asymétries, après chaque diffusion, dans des plans qui peuvent être différents, mesurées en corrélation.

On possède là un ensemble d'expériences plus que suffisant pour déterminer la diffusion nucléon-nucléon. Cependant les difficultés rencontrées dans la réalisation de certaines d'entre elles ont incité à étendre encore le champ des possibilités et à remplacer les cibles de protons jusque là non polarisées par des cibles polarisées. La réalisation de telles cibles a été entreprise au Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay.

Nous nous sommes donc efforcé dans la première partie de ce travail d'interpréter les résultats des expériences avec cibles polarisées et de dégager leurs liens avec les expériences sans cible polarisée.

2. Les efforts effectués pour rendre compte de l'interaction nucléon-nucléon dans le domaine des énergies moyennes (inférieures à 400 MeV) ont été, pour une part importante, dirigés vers la construction d'un potentiel.

Certes, bien des arguments s'opposent à ce qu'un potentiel, utilisé dans l'équation de Schrödinger pour représenter l'interaction nucléon-nucléon à moyenne énergie, ait un sens fondamental. Cependant on admet généralement qu'un potentiel, rendant compte de façon satisfaisante des données de l'interaction et reproduisant avec assez de fidélité la matrice de diffusion, a de bonnes chances de décrire les propriétés de la matière nucléaire et même de la diffusion des nucléons par les noyaux. De plus on a là un moyen de décrire simultanément la diffusion et les états liés (deutéron).

On a construit tout d'abord des potentiels purement phénoménologiques, c'est-à-dire en supposant seulement une certaine forme fonctionnelle avec un nombre de paramètres aussi restreint que possible que l'on déterminait par comparaison à l'expérience. Une telle approche résultait évidemment de l'impossibilité pour la théorie mésique de fournir une solution unique et acceptable au problème ; chaque technique d'approximation conduisait à une solution différente et aucune ne rendait compte de façon satisfaisante des faits expérimentaux.

Cependant, peu à peu, la théorie dégageait certaines des caractéristiques du potentiel. Considérons la distance x entre les deux nucléons interagissant (la

longueur d'onde de Compton est prise pour unité) ; dans la région $x > 1,5$ appelée aussi région extérieure, il a été admis, dès 1956, que la partie de l'interaction provenant de l'échange d'un seul pion (OPEC) était dominante [8] ; les analyses en déphasages de Moravcsik [9], Breit [10] et le travail de Riazuddin [11] le confirmèrent. En outre, le potentiel correspondant (OPEP), quelle que soit la méthode utilisée pour le déduire, est unique. Dans la région dite intermédiaire ($0,6 < x < 1,5$) le potentiel à échange de deux pions domine, mais entre les divers potentiels obtenus pour cette région, il n'existe qu'un accord qualitatif. Enfin, pour la région dite intérieure, où l'on s'attend à ce qu'interviennent des effets très variés tels qu'échanges de plus de deux pions, échanges de particules étrangères, effets relativistes, etc., aucun potentiel valable n'a pu être obtenu.

Devant cet état de choses, un compromis fut adopté ; on chercha à construire un potentiel phénoménologique certes, mais satisfaisant à certaines conditions : se réduire à l'OPEP dans la région extérieure, posséder les caractéristiques établies à partir de la théorie dans la région intermédiaire et aussi celles dégagées par les études purement phénoménologiques précédentes (principalement existence d'une partie spin-orbite). Les résultats ainsi obtenus par Bryan [12], Hamada [13], Breit [14] sont assez satisfaisants pour pouvoir servir de points de comparaison et de test préliminaire dans les recherches théoriques pures.

Depuis, de grands progrès ont été faits dans l'étude de la diffusion en théorie des champs en utilisant de façon systématique les propriétés analytiques de l'amplitude de diffusion comme fonction de l'énergie et de l'impulsion transférée étendues au plan complexe. Amati, Leader & Vitale [15] ont calculé la contribution à l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon de l'échange à deux pions utilisant le prolongement analytique de l'amplitude de diffusion pion-nucléon. Partant de ce résultat et généralisant une méthode due à Charap & Fubini [16], Cottingham & Vinh Mau [17] ont obtenu un potentiel indépendant de l'énergie et équivalent à la contribution de l'échange à deux pions.

La comparaison aux potentiels semi-phénoménologiques de Hamada et de Breit, malgré certains désaccords, s'est montrée encourageante. Il est clair cependant qu'une conclusion définitive ne peut résulter d'une simple confrontation avec ces potentiels qui, conçus pour utiliser au maximum les résultats fragmentaires établis par la théorie, en comblant les lacunes par la phénoménologie, ne sauraient préjuger complètement des résultats futurs.

Il y avait donc intérêt à confronter ce potentiel directement avec des données déduites de l'expérience ; c'est ce que nous avons fait dans la seconde partie de ce travail en calculant les paramètres du deutéron et certains déphasages de la diffusion nucléon-nucléon.

I. Relation entre les différentes expériences dans la diffusion nucléon-nucléon

1. **Introduction.** — Nous allons, dans cette première partie, établir et discuter les formules liant les résultats des différentes expériences de la diffusion nucléon-nucléon aux coefficients de la matrice M introduite par Wolfenstein & Ashkin [1], en nous plaçant dans le cas le plus général. Nous nous efforcerons de mettre en

évidence les relations existant entre les diverses expériences possibles, attirant principalement l'attention sur l'intérêt que procure l'emploi d'une cible polarisée.

De nombreux auteurs ont abordé l'interprétation théorique des données expérimentales de la diffusion nucléon-nucléon. Mentionnons outre les auteurs cités ci-dessus, Wolfenstein [2], Dalitz [3] qui ont donné une description complète de la diffusion de deux particules de spin $1/2$, Puzikov, Ryndin & Smorodinsky [4] qui ont introduit l'unitarité de la matrice de diffusion, Brown & Kanellopoulos [5] qui ont traité de façon détaillée les expériences sans cible polarisée et, particulièrement, les expériences de mesure de polarisation en corrélation. Nous avons signalé dans [6] l'expression de la section efficace et des coefficients de corrélation avec une cible polarisée. Schumacher & Bethe [7] ont également discuté les possibilités offertes par l'emploi de telles cibles.

Après un bref rappel du formalisme de la matrice M de diffusion de Wolfenstein et des conséquences de l'indiscernabilité des particules dans le cas proton-proton, utilisant les résultats déjà obtenus dans [4], nous les généraliserons au cas où la cible est polarisée et donnerons les formules complètes liant les quantités observables de la diffusion nucléon-nucléon aux coefficients de la matrice M . Nous discuterons alors les possibilités offertes par les cibles polarisées. Nous verrons que l'utilité de ces cibles est essentiellement de permettre de remplacer certaines expériences par d'autres conduisant aux mêmes combinaisons quadratiques des coefficients de M , donc équivalentes, mais plus réalisables en pratique.

2. Matrices densité et matrice M de Wolfenstein. — Soit un état (n) de spin quelconque mais bien déterminé; représentons-le par ses composantes $a_i^{(n)}$ sur les états de base. En général un système quelconque n'est pas un état complètement polarisé, mais un mélange incohérent de divers états (n) de poids relatif $\sum_i |a_i^{(n)}|^2$.

La valeur moyenne d'un opérateur quelconque O sera

$$\langle \bar{O} \rangle = \left(\sum_n \sum_{k,j} a_k^{(n)*} O_{kj} a_j^{(n)} \right) / \left(\sum_n \sum_j |a_j^{(n)}|^2 \right).$$

Nous pouvons définir la matrice ρ par $\rho_{jk} = \sum_n a_j^{(n)} a_k^{(n)*}$. Nous obtenons alors $\langle \bar{O} \rangle = \text{Tr}(\rho O) / \text{Tr} \rho$. La matrice ρ permet donc de calculer toutes les observables liées au système puisque, à partir d'elle, on peut obtenir la valeur moyenne d'un opérateur quelconque. Elle s'exprime évidemment comme une combinaison linéaire des matrices de base.

La fonction d'onde décrivant la diffusion élastique qui correspond à un état de spin initial $a_j^{(n)}$ doit satisfaire à la condition asymptotique

$$\psi_j^{(n)} \simeq \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}) a_j^{(n)} + \frac{\exp(i \vec{k} \cdot \vec{r})}{r} \sum_i M_{ji}(\theta, \varphi) a_i^{(n)},$$

où r, θ, φ sont les coordonnées relatives des deux nucléons et $\vec{k}$ l'impulsion relative. Dans le cas où l'état initial est un mélange d'états (n) , l'état final sera encore un mélange d'états $\psi^{(n)}$.

La valeur moyenne d'un opérateur O après diffusion dans la direction (θ, φ) sera

$$\langle O \rangle = \left(\sum_n \sum_{k,j} \sum_{l,m} M_{kl}^* a_l^{(n)*} O_{kj} M_{jm} a_m^{(n)} \right) / \left(\sum_n \sum_{k,l,m} M_{kl}^* a_l^{(n)*} M_{lm} a_m^{(n)} \right).$$

Définissons

$$\rho_{ij}^{(t)} = M_{ik} a_k^{(n)} a_l^{(n)*} M_{lj}^+ = (M \rho M^+)_{ij}, \quad \langle \bar{O} \rangle = \text{Tr} (\rho^{(t)} O) / \text{Tr} \rho^{(t)}.$$

La matrice $\rho^{(t)} = M \rho M^+$ permet de calculer toutes observables après diffusion lorsque ρ qui caractérise l'état initial est connu. Dans ces conditions la section efficace différentielle de diffusion s'écrit $I = \text{Tr} (\rho_f) / \text{Tr} (\rho_{in})$.

3. **Développement de la matrice M sur les matrices de base.** — La matrice M tout comme les matrices ρ et $\rho^{(t)}$ peut être développée sur les matrices de base du système des deux spins $1/2$. Plaçons-nous dans le référentiel du centre de masse. Soit $\vec{k}_i$ l'impulsion initiale de la particule incidente et $\vec{k}_f$ l'impulsion finale. Définissons les vecteurs unitaires : $\vec{n}$ le long de $\vec{k}_i \wedge \vec{k}_f$, $\vec{P}$ le long de $\vec{k}_f + \vec{k}_i$, $\vec{K}$ le long de $\vec{n} \wedge \vec{P}$. $\vec{P}$ et $\vec{K}$ sont les directions dans le laboratoire des particules incidente et cible après diffusion.

Donnons l'indice 1 à la particule incidente et 2 à la cible. Soit S et T les opérateurs de projection sur les états singlet et triplet de spin.

Entin notons θ et φ les angles polaires de la particule diffusée par rapport à la direction incidente dans le système du centre de masse.

En tenant compte des lois d'invariance auxquelles M doit satisfaire (invariance par rotation, réflexion d'espace, réflexion du temps), on peut écrire pour chaque état d'isospin $T = 1$ ou 0 , M sous la forme

$$\begin{aligned} M(\theta, \varphi) = & BS + C (\vec{\sigma}^{(1)} + \vec{\sigma}^{(2)}) \cdot \vec{n} + N (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{n}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{n}) T + \\ & + \frac{1}{2} G [(\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{K}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{K}) + (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{P}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{P})] T + \\ & + \frac{1}{2} H [(\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{K}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{K}) - (\vec{\sigma}^{(1)} \cdot \vec{P}) (\vec{\sigma}^{(2)} \cdot \vec{P})] T. \end{aligned}$$

Pour $T = 1$, B , C , H ne changent pas lorsqu'on change θ en $\pi - \theta$, G et N changent de signe.

Pour $T = 0$ les symétries sont opposées.

On voit que pour chaque état d'isospin, il suffit de connaître les cinq coefficients complexes B , C , H , G , N de M , soit neuf coefficients réels (une phase restant arbitraire) et donc un minimum de neuf expériences indépendantes. Cependant, la matrice M doit vérifier une relation d'unitarité :

$$4 \pi \mathcal{D}_m M(\Omega, \Omega') = k \int M(\Omega, \Omega'') M^+(\Omega'', \Omega') d\Omega''.$$

Cela se traduit par cinq relations intégrales sur les parties réelles et imaginaires des coefficients. Si l'on connaît pour l'intervalle entier $(0, \pi/2)$ les valeurs des parties imaginaires, par exemple, des coefficients de M , on en déduit aussitôt les parties réelles. En d'autres termes cinq expériences menées sur l'intervalle entier peuvent suffire à déterminer M .

4. **Cas proton-proton ; conséquences de l'indiscernabilité des particules.** — Avant de poursuivre, il convient de préciser les conséquences de l'indiscernabilité des particules diffusées et de recul dans la diffusion p - p . Lorsqu'on effectue la mesure d'une observable O à un angle θ donné (fig. 1), s'il s'agit de la particule diffusée, les angles de diffusion sont effectivement θ, φ , mais s'il s'agit de

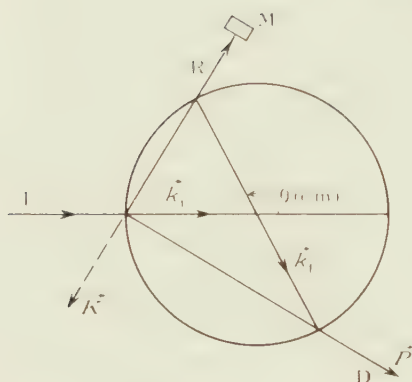


FIG. 1. — I, particule incidente ; D, particule diffusée ; R, particule de recul ; M, instrument de mesure.

la direction $+\hat{P}$ est celle de la particule diffusée. Nous reviendrons sur ce point dans la suite en étudiant des cas concrets.

5. Expression des matrices densités finale et initiale en fonction des matrices de base. — Il faut maintenant développer les matrices densités, représentant l'état initial et l'état final du système de deux nucléons, sur les matrices de base. Avant diffusion, les états des particules incidente et cible sont entièrement indépendants : la matrice densité de l'ensemble sera donc le produit des matrices densités de chacune des particules

$$\rho_{\text{in}} = \frac{1}{4} \text{Tr } \rho_{\text{in}} [1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\alpha}] [1 + \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{\beta}].$$

L'indice 1 désignera dans la suite la particule incidente et l'indice 2 la cible.

On a

$$\text{Tr } (\rho_{\text{in}} \vec{\sigma}_1) / \text{Tr } \rho_{\text{in}} = \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_{\text{in}} = \vec{\alpha},$$

$\vec{\alpha}$ est la polarisation du faisceau incident.

De même,

$$\text{Tr } (\rho_{\text{in}} \vec{\sigma}_2) / \text{Tr } \rho_{\text{in}} = \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_{\text{in}} = \vec{\beta},$$

$\vec{\beta}$ est la polarisation de la cible.

Après la diffusion, les états de chacune des particules 1 et 2 ne sont plus indépendants. La matrice ρ_f aura l'expression la plus générale possible en fonction des matrices de base :

$$\rho_f = \frac{\text{Tr } \rho_f}{4} \left[1 + (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\Pi}_1) + (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{\Pi}_2) + \sum_{ij} C_{ij} \sigma_{1i} \sigma_{2j} \right].$$

On obtient facilement

$$\text{Tr } (\rho_f \vec{\sigma}_1) / \text{Tr } \rho_f = \langle \vec{\sigma}_1 \rangle_f = \vec{\Pi}_1,$$

$$\text{Tr } (\rho_f \vec{\sigma}_2) / \text{Tr } \rho_f = \langle \vec{\sigma}_2 \rangle_f = \vec{\Pi}_2,$$

$$\text{Tr } (\rho_f \sigma_{1i} \sigma_{2j}) / \text{Tr } \rho_f = \langle \sigma_{1i} \sigma_{2j} \rangle = C_{ij}.$$

la particule cible, les angles de diffusion sont $\pi - \theta$, $\varphi + \pi$: l'indiscernabilité implique donc $O_d(\theta, \varphi) = O_r(\pi - \theta, \varphi - \pi)$, O_d étant l'observable pour la particule diffusée et O_r la même observable pour la particule de recul. Par convention on définit la particule diffusée comme étant celle qui est mesurée dans l'intervalle $(0, \pi/2)$ et la particule de recul comme celle mesurée dans l'intervalle $(\pi/2, \pi)$: avec cette convention la particule de recul est toujours celle qui, dans le laboratoire, a le moins d'énergie ; en outre une observable est toujours définie sur l'intervalle $(0, \pi/2)$. Dans le laboratoire la direction parallèle à la particule de recul est $-\vec{K}$ tandis que

Compte tenu que $\rho_f = M \rho_{in} M^+$, $\vec{\Pi}_1$, $\vec{\Pi}_2$, C_{ij} sont des fonctions de l'énergie incidente E , des angles de diffusion et des polarisations initiales $\vec{\alpha}$ et $\vec{\beta}$ du faisceau incident et de la cible, $\vec{\Pi}_1$ (ou $\vec{\Pi}_2$) est la polarisation de la particule diffusée (ou de recul) ; C_{ij} sont les coefficients de corrélation.

6. **Les diverses expériences possibles.** — Avant de poursuivre, montrons rapidement de quelle façon on peut atteindre les quantités $\text{Tr } \rho_f$, $\vec{\Pi}_1$, $\vec{\Pi}_2$, C_{ij} .

Nous avons vu que $\text{Tr } \rho_f \text{Tr } \rho_{in} = I(\theta, \varphi)$ est la section efficace ; c'est la seule quantité directement accessible à l'expérience. Pour pouvoir atteindre des quantités telles que $\vec{\Pi}_1$, il faut reprendre le faisceau après diffusion (particule 1) et lui faire subir une autre diffusion sur une autre cible, de spin 0 par exemple (carbone). L'état précédant cette nouvelle diffusion est décrit par ρ_f ; la diffusion elle-même est décrite par une nouvelle matrice M_0 et on peut appliquer une seconde fois le formalisme précédent. Si l'on mesure la section efficace, dans le plan de diffusion repéré par sa normale $\vec{N}$ et dans une direction Θ (I_+) ou $-\Theta$ (I_-) l'asymétrie $e = (I_+ - I_-) / (I_+ + I_-)$ s'exprime en fonction de la composante du vecteur $\vec{\Pi}_1$ sur $\vec{N}$: $e = P_0 \vec{\Pi}_1 \cdot \vec{N}$. P_0 est le pouvoir analyseur de la cible de la dernière diffusion ; ce n'est autre que la polarisation qu'acquerrait un faisceau incident non polarisé par diffusion sur cette cible : P_0 est déterminé par des expériences précédentes. La mesure de $\vec{\Pi}_2$ s'effectue de façon analogue. On voit que l'on ne peut mesurer ainsi que les composantes transversales de $\vec{\Pi}_1$. Pour atteindre la composante de $\vec{\Pi}_1$ le long du faisceau diffusé, il faut utiliser un champ magnétique qui fait tourner à la fois la direction de la particule diffusée et le vecteur $\vec{\Pi}_1$ mais d'un angle différent.

Pour mesurer un terme tel que C_{ij} , il va falloir analyser en coïncidence le faisceau de particules 1 (diffusées) et celui de particules 2 (recul), c'est-à-dire diffuser simultanément le faisceau émergent de particules 1 sur une nouvelle cible caractérisée par une matrice M_1 et le faisceau de particules 2 sur une autre cible caractérisée par M_2 (fig. 2). La matrice densité initiale sera alors la matrice ρ_f , la matrice de diffusion pour l'ensemble des deux faisceaux sera $M_1 M_2$; si $\vec{l}$ est le vecteur unitaire normal au plan de la nouvelle diffusion pour le faisceau de particules 1 et $\vec{m}$ le vecteur analogue pour les particules 2, en appliquant une nouvelle fois le formalisme précédent on obtient

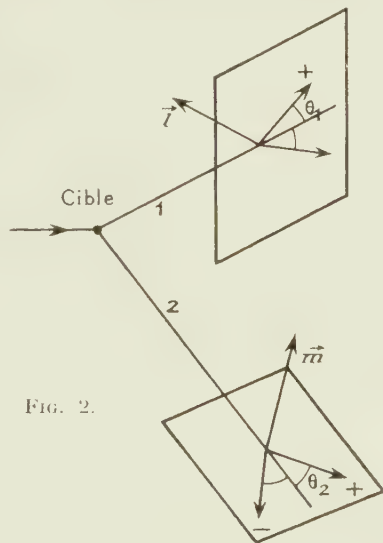


FIG. 2.

$$\langle (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{l}) (\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{m}) \rangle = C_{lm} = \frac{1}{P_1 P_2} \frac{N(++)+N(--)-N(+-)-N(-+)}{N(++)+N(--) + N(+-)+N(-+)} ;$$

$N(++)$ est le nombre d'événements en coïncidence pour une diffusion des particules 1 suivant l'angle θ_1 et des particules 2 suivant θ_2 , $N(--)$ le nombre d'événements

nements en coïncidence pour des angles $-\theta_1, -\theta_2$, etc. P_1 et P_2 sont les pouvoirs analyseurs correspondant aux deux diffusions.

7. Expression des polarisations et des coefficients de corrélation en fonction des coefficients de M . Explicitons la dépendance des différents termes de ρ_f en fonction des différents termes de ρ_{in} et des coefficients de M .

$$\begin{aligned} I &= \text{Tr } \rho_f / \text{Tr } \rho_{in} = \text{Tr } (M \rho_{in} M^+) / \text{Tr } \rho_{in} \\ &= \frac{1}{4} [\Lambda_1 + \vec{\Lambda}_2(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) + \Lambda_9(\vec{\alpha}, \vec{\beta})], \\ I \vec{\Pi}_1 &= \text{Tr } (\rho_f \vec{\sigma}_1) / \text{Tr } \rho_{in} = \frac{1}{4} [\vec{\Lambda}_2 + \vec{\Lambda}_6(\vec{\alpha}) + \vec{\Lambda}_7(\vec{\beta}) + \vec{\Lambda}_{10}(\vec{\alpha}, \vec{\beta})], \\ I \vec{\Pi}_2 &= \text{Tr } (\rho_f \vec{\sigma}_2) / \text{Tr } \rho_{in} = \frac{1}{4} [\vec{\Lambda}_2 + \vec{\Lambda}_7(\vec{\alpha}) + \vec{\Lambda}_6(\vec{\beta}) + \vec{\Lambda}_{10}(\vec{\beta}, \vec{\alpha})], \\ I C(\vec{l}, \vec{m}) &= \text{Tr } [\rho_f(\vec{\sigma}_1, \vec{l})(\vec{\sigma}_2, \vec{m})] / \text{Tr } \rho_{in} \\ &= \frac{1}{4} [\Lambda_1(\vec{l}, \vec{m}) + \Lambda_8(\vec{\alpha}; \vec{l}, \vec{m}) + \Lambda_8(\vec{\beta}; \vec{m}, \vec{l}) + \Lambda_{11}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}; \vec{l}, \vec{m})]. \end{aligned}$$

Les Λ_i avec $i = 1$ à 8 qui interviennent dans le cas d'un faisceau incident polarisé ($\vec{\beta} = 0$) ont été introduits et calculés par Kaneopoulos & Brown [5] :

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \text{Tr } M M^+, \quad \Lambda_2 = \text{Tr } (M M^+ \vec{\sigma}_1) = \text{Tr } (M M^+ \vec{\sigma}_2) = \Lambda_3, \\ \Lambda_4(\vec{l}, \vec{m}) &= \text{Tr } [M M^+ (\vec{\sigma}_1, \vec{l})(\vec{\sigma}_2, \vec{m})], \quad \Lambda_5(\vec{\alpha}) = \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha}) M^+] = \Lambda_6(\vec{\beta}), \\ \vec{\Lambda}_6(\vec{\alpha}) &= \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha}) M^+ \vec{\sigma}_1], \quad \vec{\Lambda}_7(\vec{\alpha}) = \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha}) M^+ \vec{\sigma}_2], \\ \Lambda_8(\vec{\alpha}; \vec{l}, \vec{m}) &= \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha}) M^+ (\vec{\sigma}_1, \vec{l})(\vec{\sigma}_2, \vec{m})]. \end{aligned}$$

Nous avons introduit les $\Lambda_9, \vec{\Lambda}_{10}, \Lambda_{11}$:

$$\begin{aligned} \Lambda_9(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) &= \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha})(\vec{\sigma}_2, \vec{\beta}) M^+], \\ \vec{\Lambda}_{10}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) &= \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha})(\vec{\sigma}_2, \vec{\beta}) M^+ \vec{\sigma}_1], \\ \Lambda_{11}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}; \vec{l}, \vec{m}) &= \text{Tr } [M(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha})(\vec{\sigma}_2, \vec{\beta}) M^+ (\vec{\sigma}_1, \vec{l})(\vec{\sigma}_2, \vec{m})]. \end{aligned}$$

On obtient facilement Λ_9 en remarquant que, d'une part, pour calculer une trace on peut permuter circulairement les facteurs et que, d'autre part, $\vec{\sigma}_i^+ = -\vec{\sigma}_i$. Λ_9 se déduit donc de Λ_1 en changeant M en M^+ , c'est-à-dire les coefficients B, C, N, G, H en leurs complexes conjugués. De même, $\vec{\Lambda}_{10}(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ se déduit de la même façon de $\Lambda_8(\vec{l}; \vec{\alpha}, \vec{\beta})$. Seul $\Lambda_{11}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}; \vec{l}, \vec{m})$ est entièrement différent : nous donnons les expressions de $\Lambda_9, \vec{\Lambda}_{10}, \Lambda_{11}$ dans le paragraphe I.10.

On a l'habitude de décomposer les polarisations initiales sur le trièdre formé par les vecteurs $\vec{n}, \vec{k}_i, \vec{s}_i$ $\vec{n} = \vec{k}_i \wedge \vec{n} = \vec{k}_i$. Pour les polarisations finales on choisit les vecteurs $\vec{n}, \vec{P}, \vec{K} = \vec{n} \wedge \vec{P}$. On obtient alors

$$\begin{aligned} (1) \quad I &= I_0 \left\{ 1 + \rho(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot \vec{n} + C_{nn}(\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{n}) \right. \\ &\quad + (\vec{\alpha}, \vec{k}_i)(\vec{\beta}, \vec{k}_i) [C_{PP} \cos^2 \frac{1}{2} \theta + C_{KK} \sin^2 \frac{1}{2} \theta + C_{KP} \sin \theta] \\ &\quad + (\vec{\alpha}, \vec{s}_i)(\vec{\beta}, \vec{s}_i) [C_{PP} \sin^2 \frac{1}{2} \theta + C_{KK} \cos^2 \frac{1}{2} \theta - C_{KP} \sin \theta] \\ &\quad \left. + [(\vec{\alpha}, \vec{s}_i)(\vec{\beta}, \vec{k}_i) + (\vec{\alpha}, \vec{k}_i)(\vec{\beta}, \vec{s}_i)] [(C_{PP} - C_{KK}) \frac{1}{2} \sin \theta - C_{KP} \cos \theta] \right\}, \\ (2) \quad I \vec{\Pi}_1 &= I_0 \left\{ \rho [\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{n})] + D_1(\vec{\alpha}, \vec{n}) + D_2(\vec{\beta}, \vec{n}) + \right. \\ &\quad \left. + (\vec{\alpha}, \vec{s}_i)(\vec{\beta}, \vec{k}_i) (C_{nPK} \sin^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nKP} \cos^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nKK} \sin \theta) \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) (C_{nKP} \sin^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nPK} \cos^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nKK} \sin \theta) + \\
 & + \left[(\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) - (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) \right] \left[(C_{nKP} - C_{nPK}) \frac{1}{2} \sin \theta - C_{nKK} \sin \theta \right] \vec{n} + \\
 & + I_0 \left\{ (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) A_1 + (\vec{\beta}, \vec{k}_1) A_2 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) R_1 + (\vec{\beta}, \vec{s}_1) R_2 + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) C_{k_1 n P} + \right. \\
 & + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{k_1 P n} - (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) C_{s_1 n P} - (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{s_1 P n} \left. \right\} \vec{K} + \\
 & + I_0 \left\{ (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) A'_1 + (\vec{\beta}, \vec{k}_1) A'_2 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) R'_1 + (\vec{\beta}, \vec{s}_1) R'_2 - (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) C_{k_1 n K} - \right. \\
 & - (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{k_1 K n} + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) C_{s_1 n K} + (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{s_1 K n} \left. \right\} \vec{P},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad I \Pi_2 = I_0 \left\{ \rho \left[1 + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{n}) \right] + D_2 (\vec{\alpha}, \vec{n}) + D_1 (\vec{\beta}, \vec{n}) + \right. \\
 + (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) (C_{nPK} \sin^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nKP} \cos^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nKK} \sin \theta) + \\
 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) (C_{nKP} \sin^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nPK} \cos^2 \frac{1}{2} \theta - C_{nKK} \sin \theta) + \\
 + \left. \left[(\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) - (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) \right] \left[(C_{nKP} - C_{nPK}) \frac{1}{2} \sin \theta - C_{nKK} \sin \theta \right] \right\} \vec{n} + \\
 + I_0 \left\{ (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) A_2 + (\vec{\beta}, \vec{k}_1) A_1 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) R_2 + (\vec{\beta}, \vec{s}_1) R_1 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{k_1 P n} + \right. \\
 + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) C_{k_1 n P} - (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{s_1 n P} - (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) C_{s_1 P n} \left. \right\} \vec{K} + \\
 + I_0 \left\{ (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) A'_2 + (\vec{\beta}, \vec{k}_1) A'_1 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) R'_2 + (\vec{\beta}, \vec{s}_1) R'_1 - (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{k_1 n K} - \right. \\
 - (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{s}_1) C_{k_1 K n} + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{k}_1) C_{s_1 n K} + (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) (\vec{\beta}, \vec{n}) C_{s_1 K n} \left. \right\} \vec{P},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad I C(\vec{l}, \vec{m}) = I_0 \left\{ C_{nn} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{PP} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P}) + C_{KK} (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) + \right. \\
 + C_{KP} [(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) - (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P})] + (\vec{\alpha}, \vec{n}) \left[\rho (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) + \right. \\
 + C_{nKP} (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{P}) + C_{nPK} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{K}) + \\
 + C_{nKK} [(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) - (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P})] \left. \right] + (\vec{\alpha}, \vec{k}_1) [C_{k_1 n P} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) + \\
 + C_{k_1 K n} (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{k_1 P n} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{k_1 n K} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K})] + \\
 + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) [C_{s_1 n P} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) + C_{s_1 K n} (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{s_1 P n} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) + \\
 + C_{s_1 n K} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K})] + (\vec{\beta}, \vec{n}) \left[\rho (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{nKP} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{K}) + \right. \\
 + C_{nPK} (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{P}) + C_{nKK} [(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) - (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P})] \left. \right] + \\
 + (\vec{\beta}, \vec{k}_1) [C_{k_1 n P} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{k_1 K n} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K}) + C_{k_1 P n} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) + \\
 + C_{k_1 n K} (\vec{l}, \vec{k}) (\vec{m}, \vec{n})] + (\vec{\alpha}, \vec{s}_1) [C_{s_1 n P} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{s_1 K n} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K}) + \\
 + C_{s_1 P n} (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) + C_{s_1 n K} (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K})] + \sum_{abcd} l_a m_b \alpha_c \beta_d C_{cdab} \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Tous les coefficients introduits ci-dessus (I , ρ , D , C , etc.) sont des fonctions de l'angle de diffusion θ et de l'énergie incidente E .

Certaines des quantités introduites sont bien connues. I_0 est la section efficace dans le cas où ni le faisceau incident, ni la cible ne sont polarisés. ρ est la polarisation acquise par un faisceau incident non polarisé. D , A , A' , R , R' sont les

paramètres de triple diffusion dans le cas d'un faisceau incident polarisé et d'une cible non polarisée ; nous avons ajouté l'indice 1 à la notation habituelle pour les distinguer des paramètres analogues dans le cas où la cible est polarisée et le faisceau incident non polarisé (indice 2). Les coefficients C_{ij} sont les coefficients habituels de corrélation de spin dans le cas où ni la cible ni le faisceau ne sont polarisés.

On a les relations suivantes avec les coefficients de la matrice $\mathbf{M}$:

$$(5) \quad I_0 = \frac{1}{4} [|B|^2 + 8 |C|^2 + |G - N|^2 + 2 |N|^2 + 2 |H|^2],$$

$$(6) \quad I_0 \rho = 2 \operatorname{Re}(C N^*),$$

$$(7) \quad I_0 C_{nn} = \frac{1}{4} [-|B|^2 + 8 |C|^2 - |G - N|^2 + 2 |N|^2 + 2 |H|^2],$$

$$(8) \quad I_0 C_{KP} = 2 \operatorname{Im}(C H^*),$$

$$(9) \quad I_0 C_{PP} = \frac{1}{4} [-|B|^2 - |G - N|^2 - 4 \operatorname{Re}(N H^*)],$$

$$(10) \quad I_0 C_{KK} = \frac{1}{4} [-|B|^2 - |G - N|^2 - 4 \operatorname{Re}(N H^*)],$$

$$(11) \quad I_0 D_1 = \frac{1}{4} \left\{ 8 |C|^2 + 2 |N|^2 - 2 |H|^2 + 2 \operatorname{Re}[B (G - N)^*] \right\},$$

$$(12) \quad I_0 A_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[B (N - H)^* + (G - N) (N + H)^*] \sin \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Im} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(13) \quad I_0 A'_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[B (N + H)^* + (G - N) (N - H)^*] \cos \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Im} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(14) \quad I_0 R_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[B (N - H)^* + (G - N) (N + H)^*] \cos \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Im} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(15) \quad I_0 R'_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[B (N + H)^* + (G - N) (N - H)^*] \sin \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Im} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(16) \quad I_0 D_2 = \frac{1}{4} \left\{ 8 |C|^2 + 2 |N|^2 - 2 |H|^2 - 2 \operatorname{Re}[B (G - N)^*] \right\},$$

$$(17) \quad I_0 A_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[-B (N - H)^* + (G - N) (N + H)^*] \sin \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Im} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(18) \quad I_0 A'_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[-B (N + H)^* + (G - N) (N - H)^*] \cos \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Im} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(19) \quad I_0 R_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[-B (N - H)^* + (G - N) (N + H)^*] \cos \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Im} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(20) \quad I_0 R'_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[-B (N + H)^* + (G - N) (N - H)^*] \sin \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Im} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(21) \quad I_0 C_{nKP} = \frac{1}{2} \operatorname{Im}[B (G - N)^* - 2 N H^*],$$

$$(22) \quad I_0 C_{nPK} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (G - N)^* - 2 N H^*],$$

$$(23) \quad I_0 C_{nKK} = 2 \operatorname{Re}(C H^*),$$

$$(24) \quad I_0 C_{k_1 n P} = -\frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N - H)^* + (N + H) (G - N)^*] \sin \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Re} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(25) \quad I_0 C_{k_1 P n} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N - H)^* - (N + H) (G - N)^*] \sin \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Re} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(26) \quad I_0 C_{k_1 K n} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N + H)^* - (N - H) (G - N)^*] \cos \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Re} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(27) \quad I_0 C_{k_1 n K} = -\frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N - H)^* + (N - H) (G - N)^*] \cos \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Re} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(28) \quad I_0 C_{s_1 n P} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N - H)^* + (N + H) (G - N)^*] \cos \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Re} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(29) \quad I_0 C_{s_1 P n} = -\frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N - H)^* - (N + H) (G - N)^*] \cos \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Re} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \sin \frac{1}{2} \theta,$$

$$(30) \quad I_0 C_{s_1 K n} = \frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N + H)^* - (N - H) (G - N)^*] \sin \frac{1}{2} \theta + \\ + \operatorname{Re} \left\{ C [B + (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta,$$

$$(31) \quad I_0 C_{s_1 n K} = -\frac{1}{2} \operatorname{Im} [B (N + H)^* + (N - H) (G - N)^*] \sin \frac{1}{2} \theta - \\ - \operatorname{Re} \left\{ C [B - (G - N)]^* \right\} \cos \frac{1}{2} \theta.$$

Les coefficients A , A' , R et R' ne sont pas indépendants. On a la relation

$$(32) \quad (A + R')/(A' - R) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta,$$

avec indifféremment l'indice 1 ou l'indice 2. De même, on a les relations

$$(33) \quad (C_{s_1 K n} - C_{k_1 P n})/(C_{s_1 P n} + C_{k_1 K n}) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta,$$

$$(34) \quad (C_{s_1 n K} - C_{k_1 n P})/(C_{s_1 n P} + C_{k_1 n K}) = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \theta.$$

8. Symétries dans le cas proton-proton.

Revenons sur les symétries dans le cas de la diffusion proton-proton ($T = 1$). Considérons la figure 3. Faisons une mesure dans la direction $\vec{u}$ et supposons que l'on sache qu'il s'agit de la particule 2 (cible); l'angle de diffusion est alors θ et les vecteurs associés sont $\vec{P}$ et $\vec{K}$; la normale $\vec{n}$ au plan de diffusion

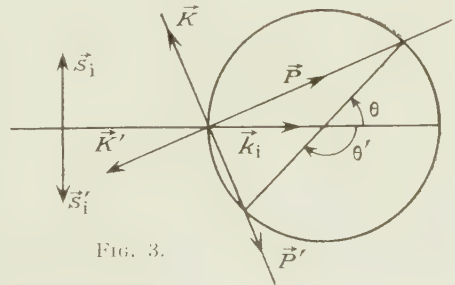


FIG. 3.

est dirigée vers le haut et $\vec{s}_1'$ est le vecteur directement perpendiculaire à $\vec{k}_1'$. Supposons le faisceau initial polarisé suivant $\vec{s}_1$ et la cible non polarisée : mesurons la composante sur $\vec{K}$ de la polarisation finale. Le résultat est $R_2(\theta)$.

Faisons toujours la même mesure. Mais supposons qu'il s'agisse de la particule 1 (incidente) : l'angle de diffusion est alors θ' et les vecteurs associés sont $\vec{P}' = \vec{K}$, $\vec{K}' = -\vec{P}$, $\vec{s}_1' = -\vec{s}_1$ et $\vec{n}' = -\vec{n}$ (orienté cette fois vers le dessous du plan) ; alors $\theta' = \pi - \theta$. Le résultat de la mesure dans ces conditions est $R_1(\pi - \theta)$.

Mais on ne peut discerner entre les particules 1 et 2. On a donc $R_2(\theta) = R_1'(\pi - \theta)$. On trouverait de même

$$\begin{aligned} R_2'(\theta) &= R_1(\pi - \theta), & A_2(\theta) &= -A_1(\pi - \theta), \\ A_2'(\theta) &= -A_1'(\pi - \theta), & D_2(\theta) &= D_1(\pi - \theta). \end{aligned}$$

On a également

$$\begin{aligned} C_{KK}(\theta) &= C_{PP}(\pi - \theta), & C_{PK}(\theta) &= C_{KP}(\pi - \theta) = C_{KP}(\theta), \\ C_{nPK}(\theta) &= -C_{nPK}(\pi - \theta), & C_{nKK}(\theta) &= -C_{nPP}(\pi - \theta) = -C_{nPP}(\theta), \\ C_{k_1nP}(\theta) &= C_{k_1Kn}(\pi - \theta), & C_{k_1Pn}(\theta) &= C_{k_1nK}(\pi - \theta), \\ C_{s_1nP}(\theta) &= -C_{s_1Kn}(\pi - \theta), & C_{s_1Pn}(\theta) &= -C_{s_1nK}(\pi - \theta). \end{aligned}$$

9. **Discussion des formules.** — Considérons successivement les différentes sortes de mesures.

A) SECTION EFFICACE. — Si ni la cible ni le faisceau ne sont polarisés ou si le faisceau seul est polarisé, on est dans le cas des mesures habituelles de la section efficace non polarisée I_0 et de la polarisation P (simple et double diffusions).

Mais si on utilise une cible polarisée, on peut atteindre les coefficients de corrélation C_{ij} . Ceci est intéressant. Jusqu'à présent les coefficients de corrélation étaient atteints par la formule (4) avec $\vec{\alpha} = \vec{\beta} = 0$. Cela suppose :

une première diffusion nucléon-nucléon (cible et faisceau non polarisé) qui est la diffusion étudiée ;

ensuite une diffusion simultanée des particules diffusée et de recul chacune sur une cible de carbone pour analyser en corrélation la polarisation de ces deux particules.

Mais pour une énergie initiale donnée E dans le laboratoire, au fur et à mesure que l'angle de diffusion θ (dans le centre de masse) croît de 0 à π , l'énergie de la particule diffusée diminue de E vers 0 et celle de la particule cible croît de 0 à E . Comme il existe une région d'énergie au-dessous de 100 MeV où il n'existe pas d'analyseur efficace de polarisation, on voit que, suivant les cas, on pourra rencontrer des régions angulaires où aucune mesure ne sera possible. Ainsi, si E est au voisinage de 150 MeV, même pour $\theta = 90^\circ$, cas le plus favorable, il n'est pas possible de mesurer de cette façon C_{nn} ou C_{KP} . En effet, pour cet angle, après diffusion les deux particules se partagent l'énergie également. Au voisinage de 75 MeV le pouvoir d'analyse d'une diffusion sur du carbone est de l'ordre de 0,4. Les potentiels s'accordent pour prédire que $C_{nn}(90^\circ, 150 \text{ MeV})$ est voisin de 1. Si on se reporte à la formule donnant C_{lm} en fonction de l'asymétrie, on voit que cela nécessite de mesurer une asymétrie d'environ 0,01 dans le cas le plus favorable.

Voyons maintenant ce que l'on peut obtenir avec une cible polarisée. La méthode utilisée pour polariser une cible de proton ne permet pas de disposer arbitrairement de la direction de la polarisation $\vec{\beta}$. La source se trouve en effet dans l'entrefer d'un électro-aimant et a une polarisation normale aux pôles. Ceci exclut que $\vec{\beta}$ soit parallèle à la direction $\vec{k}_1$ du faisceau incident.

On peut choisir sans inconvénient $\vec{\beta}$, $\vec{\alpha}$ et $\vec{n}$ parallèles. Dans ces conditions la section efficace s'écrit

$$I_+ = I_0 [1 + \rho(\alpha + \beta) + C_{nn} \alpha \beta].$$

On pourrait comme d'habitude mesurer l'asymétrie pour les angles de diffusion $+\theta$ et $-\theta$. Mais la présence du champ magnétique de la cible introduit des corrections. Il est plus pratique de changer $\vec{\beta}$ en son opposé. Dans ce cas la section efficace devient

$$I_- = I_0 [1 + \rho(\alpha - \beta) - C_{nn} \alpha \beta]$$

et on mesure l'asymétrie

$$e = (I_+ - I_-)/(I_+ + I_-) = (\rho + C_{nn} \alpha) \beta / (1 + \rho \alpha).$$

Si nous reprenons l'exemple précédent où $\theta = \pi/2$ et $E \simeq 150$ MeV, $\rho(\pi/2) = 0$ et $C_{nn} \simeq 1$, l'asymétrie est alors $e \simeq \alpha \beta$. On peut, à cette énergie, obtenir $\alpha \simeq 0,5$ et si on admet $\beta \simeq 0,2$, $e \simeq 0,1$, on a gagné un facteur 10 sur le cas précédent. En outre, une mesure de section efficace est plus simple à réaliser qu'une mesure de corrélation.

Si l'on revient aux formules (1), on voit que dans le cas d'une mesure de section efficace avec $\vec{\alpha} \neq 0$, $\vec{\beta} \neq 0$, excepté C_{nn} , les coefficients n'interviennent pas séparément, mais par l'intermédiaire des combinaisons

$$\begin{aligned} C_{k_1 k_1} &\equiv C_{PP} \cos^2 \frac{1}{2} \theta + C_{KK} \sin^2 \frac{1}{2} \theta + C_{KP} \sin \theta, \\ C_{s_1 s_1} &\equiv C_{PP} \sin^2 \frac{1}{2} \theta + C_{KK} \cos^2 \frac{1}{2} \theta - C_{KP} \sin \theta, \\ C_{k_1 s_1} &\equiv (C_{PP} - C_{KK}) \frac{1}{2} \sin \theta - C_{KP} \cos \theta. \end{aligned}$$

Lorsqu'on cherche à mesurer les coefficients de corrélation par la méthode normale [formule (4)] on s'intéresse à C_{nn} et C_{KP} , les coefficients C_{PP} et C_{KK} étant plus difficiles à mesurer puisque, après diffusion, il faut mesurer la corrélation entre une polarisation transversale et une polarisation longitudinale.

Si maintenant on utilise la méthode de mesure des coefficients de corrélation par les formules (1), ce que l'on atteindra sera, outre C_{nn} , les trois combinaisons citées ci-dessus. Comme la polarisation de la cible ne peut être longitudinale, on ne pourra pratiquement atteindre que les deux dernières combinaisons : de plus la mesure de la dernière nécessitera d'avoir un faisceau initial polarisé longitudinalement. Néanmoins, la mesure des combinaisons $C_{s_1 s_1}$ et $C_{k_1 s_1}$, jointe à la mesure directe de C_{KP} , permet de déterminer C_{PP} et C_{KK} sans passer par la mesure directe difficile de ces coefficients.

B) MESURE D'ASYMÉTRIES SIMPLES. — Dans l'hypothèse où $\vec{\alpha} = \vec{\beta} = 0$, il s'agit de la mesure habituelle de polarisation ρ .

Si $\vec{\alpha} \neq 0$, $\vec{\beta} = 0$, nous sommes dans le cas des expériences de triple diffusion habituelles : une diffusion pour polariser le faisceau, la diffusion étudiée et une diffusion d'analyse. On voit alors, en considérant les formules donnant $\vec{\Pi}_1$ et $\vec{\Pi}_2$,

que l'on peut obtenir soit les paramètres $D_1, A_1, A_1', R_1, R_1'$ (paramètres de triple diffusion), soit les paramètres correspondants $D_2, A_2, A_2', R_2, R_2'$ suivant que l'on s'intéresse à la particule 1 ou à la particule 2. Mais les mêmes quantités peuvent être obtenues en utilisant à la place du faisceau polarisé initial et d'une cible non polarisée, un faisceau non polarisé initialement et une cible polarisée. En analysant la polarisation finale de la particule 1 on obtiendra $D_2, A_2, A_2', R_2, R_2'$ et en analysant la polarisation finale de la particule 2 on obtiendra $D_1, A_1, A_1', R_1, R_1'$.

Pratiquement cela veut dire que suivant que l'on utilisera initialement un faisceau polarisé ou une cible polarisée, on mesurera les mêmes quantités en plaçant les appareils de mesure dans la direction $\vec{P}$ ou bien dans la direction $-\vec{K}$. Cela donne une certaine latitude pour disposer les appareils de mesure ; mais surtout la mesure d'une composante longitudinale de la polarisation sera remplacée par la mesure d'une composante transversale. On évite ainsi l'emploi d'un champ magnétique pour rendre transversale, donc mesurable, une polarisation finale longitudinale. Ainsi la mesure de R' avec une cible polarisée ne nécessite aucun champ magnétique après la diffusion.

Enfin si $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$, on voit que l'on peut atteindre les coefficients C_{ijk} , coefficients de corrélation avec faisceau initial polarisé. On peut ainsi remplacer une mesure d'asymétrie en coïncidence par une mesure de simple asymétrie.

Il convient cependant de noter que les mesures des paramètres de simple, double et triple diffusions ainsi que des coefficients C_{ij} fournissent un ensemble largement suffisant pour déterminer la matrice $\mathbf{M}$, même sans employer les relations d'unitarité. La mesure des coefficients C_{ijk} , soit directement, soit de la façon signalée ci-dessus, serait encore plus difficile et il est peu probable qu'on les utilise. Signalons cependant que leur expression en fonction des coefficients de la matrice $\mathbf{M}$ est complémentaire de celle des paramètres de triple diffusion et pourrait de ce fait rendre la reconstruction de la matrice $\mathbf{M}$ plus facile.

C) MESURES D'ASYMÉTRIES EN COÏNCIDENCE. — Nous avons vu que les coefficients qu'elles permettent d'obtenir peuvent être atteints par des mesures de sections efficaces ou des mesures d'asymétrie simple, en utilisant une cible polarisée. Avec cible et faisceau polarisés, une mesure d'asymétrie en corrélation conduit aux coefficients C_{abcd} , qui sont des combinaisons nouvelles des coefficients de la matrice $\mathbf{M}$ et ne peuvent être obtenus autrement. C'est là cependant un intérêt illusoire des cibles polarisées ; si déjà la mesure des coefficients C_{abc} est sans grand intérêt à cause de leur difficulté et du fait que des mesures plus faciles fournissent suffisamment de renseignements, les mêmes raisons à fortiori s'appliquent aux coefficients C_{abcd} .

En conclusion, on voit que l'intérêt principal des cibles polarisées est de permettre de choisir, dans certains cas, entre deux sortes d'expériences conduisant au même résultat. La mesure d'un coefficient de corrélation tel que C_{nn} ne nécessite pas l'emploi d'une cible polarisée ; cependant une telle cible permet de remplacer la mesure directe de C_{nn} par une mesure de section efficace, ce qui expérimentalement peut être plus avantageux.

Dans le cas de la mesure de R' , les deux expériences conduisant au même résul-

tat sont du même type, mais dans l'une il faut mesurer une composante longitudinale de polarisation, dans l'autre une composante transversale.

Si l'on s'intéresse aux paramètres de triple diffusion dans leur ensemble, une cible polarisée permet d'utiliser le faisceau issu de l'accélérateur sans le polariser au préalable, d'où un faisceau initial plus intense ; de plus, une mesure à petit angle peut être remplacée par une mesure à grand angle et vice versa.

Il faut enfin ajouter à cela la possibilité de mesurer des quantités ne pouvant l'être autrement (coefficients de corrélation avec $\vec{\alpha} \neq 0$, $\vec{\beta} \neq 0$), possibilité illusoire cependant, compte tenu des difficultés des mesures et du nombre suffisant des quantités obtenues par des expériences plus faciles.

10. Appendice. Expressions de Λ_9 , $\vec{\Lambda}_{10}$ et Λ_{11} . —

$$\begin{aligned} \Lambda_9(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) &= \text{Tr}[\mathbf{M}(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha})(\vec{\sigma}_2, \vec{\beta})\mathbf{M}^+] \\ &= (\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{n}) [-|B|^2 - 8|C|^2 - |G - N|^2 + 2|H|^2 + 2|N|^2] + \\ &+ (\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{P}) [-|B|^2 - |G - N|^2 - 4\text{Re}(H N^*)] + \\ &+ (\vec{\alpha}, \vec{K})(\vec{\beta}, \vec{K}) [-|B|^2 + |G - N|^2 + 4\text{Re}(H N^*)] + \\ &- 8 [(\vec{\alpha}, \vec{K})(\vec{\beta}, \vec{P}) + (\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{K})] \text{Im}(C H^*), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Lambda}_{10}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) &= \text{Tr}[\mathbf{M}(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha})(\vec{\sigma}_2, \vec{\beta})\mathbf{M}^+ \vec{\sigma}_1] \\ &= \left\{ 2(\vec{\alpha}, \vec{K})(\vec{\beta}, \vec{P}) \text{Im}[B(G - N)^* - 2N H^*] - \right. \\ &- 2(\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{K}) \text{Im}[B(G - N)^* + 2N H^*] + \\ &+ 8(\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{n}) \text{Re}(C^* N) + \\ &+ 8 [(\vec{\alpha}, \vec{K})(\vec{\beta}, \vec{K}) - (\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{P})] \text{Re}(C^* H) \} \vec{n} + \\ &+ \left\{ 2(\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{n}) \text{Im}[B(N - H)^* - (N + H)(G - N)^*] - \right. \\ &- 2(\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{P}) \text{Im}[B(N - H)^* + (N + H)(G - N)^*] + \\ &+ 4(\vec{\alpha}, \vec{K})(\vec{\beta}, \vec{n}) \text{Re}[B + (G - N)C^*] - \\ &- 4(\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{K}) \text{Re}[B - (G - N)C^*] \} \vec{K}, \\ &- \left\{ 2(\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{K}) \text{Im}[B(N + H)^* + (N - H)(G - N)^*] - \right. \\ &- 2(\vec{\alpha}, \vec{K})(\vec{\beta}, \vec{n}) \text{Im}[B(N + H)^* - (N - H)(G - N)^*] + \\ &+ 4(\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{n}) \text{Re}[B + (G - N)C^*] - \\ &- 4(\vec{\alpha}, \vec{n})(\vec{\beta}, \vec{P}) \text{Re}[B - (G - N)C^*] \} \vec{P}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Lambda_{11}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}; \vec{l}, \vec{m}) &= \text{Tr}[\mathbf{M}(\vec{\sigma}_1, \vec{\alpha})(\vec{\sigma}_2, \vec{\beta})\mathbf{M}^+(\vec{\sigma}_1, \vec{l})(\vec{\sigma}_2, \vec{m})] \\ &= (\vec{\alpha}, \vec{P})(\vec{\beta}, \vec{P}) \{ (\vec{l}, \vec{P})(\vec{m}, \vec{P}) [|B|^2 - 8|C|^2 + |G - N|^2 + \\ &+ 2|N|^2 + 2|H|^2] + (\vec{l}, \vec{K})(\vec{m}, \vec{K}) [|B|^2 + 8|C|^2 + \\ &+ |G - N|^2 - 2|N|^2 - 2|H|^2 + 8\text{Im}(C^* N)] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) [|B|^2 - |G - N|^2 - 2(HN^* + H^*N)] \} + \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{K}) (\vec{\beta}, \vec{K}) \{ (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P}) [|B|^2 + 8|C|^2 + |G - N|^2 - 2|N|^2 \\
& - 2|H|^2 - 8\text{Im}(C^*N)] + (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) [|B|^2 - 8|C|^2 + \\
& + |G - N|^2 + 2|N|^2 + 2|H|^2] + \\
& + (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) [|B|^2 - |G - N|^2 + 4\text{Re}(HN^*)] \} + \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{n}) \{ (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P}) [|B|^2 - |G - N|^2 - 4\text{Re}(HN^*)] + \\
& + (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) [|B|^2 - |G - N|^2 + 4\text{Re}(HN^*)] + \\
& + (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) [|B| + 8|C|^2 + |G - N|^2 + 2|N|^2 + 2|H|^2] - \\
& - 8[(\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{K}) + (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{P})] \text{Im}(C^*H) \} + \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{K}) (\vec{\beta}, \vec{P}) \left\{ (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{K}) \left[-2\text{Re}[B(G - N)^*] - 8|C|^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2|N|^2 - 2|H|^2 \right] + (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{P}) \left[2\text{Re}[B(G - N)^*] - \right. \right. \\
& \left. \left. + 8|C|^2 + 2|N|^2 - 2|H|^2 \right] - 8(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) \text{Im}(C^*H) + \right. \\
& \left. + 8[(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) - (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P})] \text{Im}(C^*N) \right\} + \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{P}) (\vec{\beta}, \vec{K}) \left\{ (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{K}) \left[2\text{Re}[B(G - N)^*] - \right. \right. \\
& \left. \left. + 8|C|^2 + 2|N|^2 - 2|H|^2 \right] - (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{P}) \left[2\text{Re}[B(G - N)^*] + \right. \right. \\
& \left. \left. + 8|C|^2 + 2|N|^2 - 2|H|^2 \right] + 8(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{n}) [\text{Im}(C^*H)] + \right. \\
& \left. + 8[(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{K}) - (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{P})] \text{Im}(C^*N) \right\} \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{P}) (\vec{\beta}, \vec{n}) \left\{ (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) \left[2\text{Re}[B(N - H)^*] \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\text{Re}[(G - N)(H + N)^*] \right] + 2(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) \left[-\text{Re}[B(N - H)^*] + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Re}[(G - N)(H + N)^*] \right] + 4(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K}) \left[\text{Im}(B^*C) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Im}[C^*(G - N)] \right] \right. + 4(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{n}) \left[-\text{Im}(B^*C) - \text{Im}[C^*(G - N)] \right] \left. \right\} \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{P}) \left\{ (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) \left[-2\text{Re}[B(N - H)^*] \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\text{Re}[(G - N)(H + N)^*] \right] + 2(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) \left[\text{Re}[B(N - H)^*] + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Re}[(G - N)(H + N)^*] \right] + 4(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K}) \left[-\text{Im}(B^*C) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \text{Im}[C^*(G - N)] \right] \right. + 4(\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{n}) \left[\text{Im}(B^*C) - \text{Im}[C^*(G - N)] \right] \left. \right\} \\
& + (\vec{\alpha}, \vec{K}) (\vec{\beta}, \vec{n}) \left\{ 4(\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) [\text{Im}(B^*C) - \text{Im}[C^*(G - N)]] - \right. \\
& \left. - 4(\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) [\text{Im}(B^*C) + \text{Im}[C(G - N)^*]] + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2 (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{n}) \operatorname{Re} [B(N+H)^* + (G-N)^* (N-H)] - \\
 & - 2 (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K}) \operatorname{Re} [B(N+H)^* - (G-N)^* (N-H)] \Big\} + \\
 & + (\vec{\alpha}, \vec{n}) (\vec{\beta}, \vec{K}) \Big\{ 4 (\vec{l}, \vec{P}) (\vec{m}, \vec{n}) [\operatorname{Im}(B^* C) + \operatorname{Im}[C^* (G-N)]] + \\
 & + 4 (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{P}) [\operatorname{Im}(B^* C) - \operatorname{Im}[C^* (G-N)]] + \\
 & + 2 (\vec{l}, \vec{n}) (\vec{m}, \vec{K}) \operatorname{Re} [B(N+H)^* + (G-N)^* (N-H)] - \\
 & - 2 (\vec{l}, \vec{K}) (\vec{m}, \vec{n}) \operatorname{Re} [B(N+H)^* - (G-N)^* (N-H)] \Big\}.
 \end{aligned}$$

11. Calcul des paramètres du deutéron et des déphasages dans la diffusion nucléon-nucléon à partir du potentiel de Cottingham et Vinh Mau

1. Introduction. — L'exploitation des propriétés d'analyticité et d'unitarité des amplitudes de diffusion, considérées comme des fonctions des variables d'énergie et d'impulsion transférée étendues au plan complexe, est maintenant devenue chose courante. Jusqu'à présent les réactions étudiées par ce moyen ont été celles où seulement deux particules interviennent dans les états finals et initiaux et deux variables suffisent à déterminer le problème. Mandelstam [18] a proposé une représentation spectrale double pour ces amplitudes de diffusion ; les singularités permises pour chacune des variables sont alors soit des pôles, soit des points de branchement localisés sur l'axe réel. Les résidus des pôles peuvent être exprimés en fonction de constantes de couplage ; pour déterminer les discontinuités le long des coupures, on fait appel à l'unitarité de la matrice de diffusion qui connecte dans une voie donnée les amplitudes de diffusion de toutes les réactions ayant le même état final et le même état initial. Comme on ne sait pas exprimer sous forme spectrale les amplitudes de diffusion inélastiques, on ne peut traiter habituellement de cette façon que les cas où ces amplitudes sont négligeables.

Dans le cas de la diffusion nucléon-nucléon, en ce qui concerne la variable impulsion transférée, la première singularité rencontrée est un pôle correspondant à l'échange d'un pion entre deux nucléons et le résidu de ce pôle n'est autre que le carré de la constante de couplage pion-nucléon. La singularité suivante correspond à un état intermédiaire où deux pions sont présents. La discontinuité de l'amplitude à travers la coupure due à cette singularité peut être déterminée par la condition d'unitarité, à partir de l'amplitude d'annihilation $N\bar{N} \rightarrow 2\pi$. Cette même amplitude n'est autre que le prolongement analytique de l'amplitude de diffusion pion-nucléon ; une seconde application de la condition d'unitarité dans la même voie, en se limitant à l'état intermédiaire de plus petite masse, fait à son tour intervenir l'amplitude de diffusion pion-pion et le cycle s'arrête là. Symboliquement, ces deux étapes peuvent être représentées respectivement sur les figures 4 et 5.

C'est en suivant cette voie qu'Amati, Leader & Vitale [15] ont calculé la contribution de l'échange à deux pions à l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon, se

plaçant dans le domaine des énergies inférieures au seuil de production des pions et utilisant une méthode d'approximation due à Cini & Fubini [19].

A ce stade deux possibilités s'offrent : la première consiste à obtenir des équations intégrales pour les ondes partielles de l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon ; l'autre consiste à définir un potentiel qui, utilisé dans l'équation de Schrödinger, reproduira, dans le domaine d'énergie situé au-dessous du seuil de production des pions, l'amplitude de diffusion déterminée plus haut.

Cette dernière possibilité a été exploitée par Cottingham & Vinh Mau [17] ; le potentiel ainsi obtenu dépend donc de la connaissance que l'on peut avoir des interactions pion-nucléon et pion-pion.

On s'attend que ce potentiel, que nous noterons dans la suite TPEP, de par la façon dont il a été obtenu, corrige le potentiel dû à l'échange d'un pion (OPEP) dans la région intermédiaire, mais il ne fournit certainement aucune information dans la région interne. Nous avons essayé de remédier à cela de la façon la plus simple possible en introduisant un cœur dur répulsif dont le rayon est un paramètre libre et nous avons calculé avec l'ensemble OPEP, TPEP et cœur dur, les paramètres du deutéron, qui doivent être pratiquement insensibles au détail de l'interaction dans la région interne, et les déphasages de la diffusion nucléon-nucléon, parmi lesquels le déphasage S ($l = 0$) doit être fortement influencé par l'interaction dans la région interne.

Le potentiel considéré a été obtenu dans l'espace des impulsions sous la forme

$$\tilde{V}(\vec{\Delta}) = \sum_{\alpha} \int_{4\mu^2}^{\infty} \tilde{\Omega}_{\alpha} \frac{\rho_{\alpha}(\alpha)}{t' - t} dt',$$

où $\vec{\Delta}$ est l'impulsion transférée entre les deux nucléons, $t = -\Delta^2/2$, $\tilde{\Omega}_{\alpha}$ sont les invariants habituels [20] exprimés dans l'espace des impulsions (cf. § II.5).

Plutôt que de calculer le potentiel dans l'espace des positions et de résoudre l'équation de Schrödinger de la manière habituelle, il nous a paru plus indiqué d'employer une méthode consistant à résoudre cette équation par itération utilisant directement les fonctions spectrales $\rho_i(t)$ [21].

2. Rappel des résultats obtenus concernant l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon. — Nous rappelons dans ce paragraphe les résultats obtenus par Amati, Leader & Vitale [15].

La diffusion nucléon-nucléon qui nous intéresse peut être schématisée par le diagramme de la figure 4, où p_1, n_1 sont les quadriimpulsions initiales et p_2, n_2

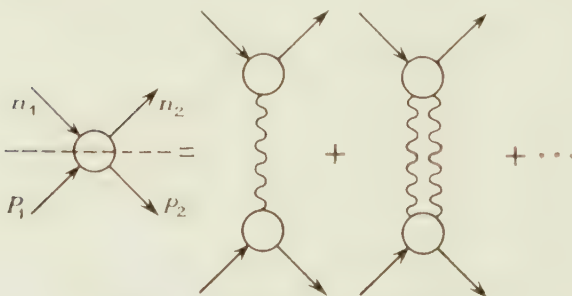


FIG. 4. — Diffusion nucléon-nucléon.

les quadriimpulsions finales des nucléons. Nous appellerons voie 1 cette réaction ($N + N \rightarrow N + N$). Le même diagramme représente également la diffusion nucléon-antinuécléon $N + \bar{N} \rightarrow N + \bar{N}$; il suffit de considérer que n_1 et $-n_2$ (ou p_1 et $-p_2$) sont les quadriimpulsions en-

trantes et $-p_1$ et p_2 (ou $-n_1$ et p_2) les quadriimpulsions sortantes. Nous appellerons cette réaction voie 2 (ou voie 3).

Ces réactions, compte tenu de la conservation de l'énergie-impulsion

$$n_1 + p_1 = n_2 + p_2,$$

sont caractérisées par trois quadrivecteurs indépendants

$$N = (n_1 + n_2)/2, \quad P = (p_1 + p_2)/2, \quad \Delta = (n_1 - n_2)/2.$$

On ne peut construire que deux scalaires indépendants; nous en définissons trois

$$w = (p_1 - n_1)^2, \quad t = (n_1 - n_2)^2, \quad \bar{t} = (p_1 - n_2)^2,$$

liés par la relation $w + t + \bar{t} = 4m^2$.

Considérons la voie 1; dans le système du centre de masse des deux nucléons,

$$w = 4(k^2 + m^2) = 4E_k^2 \quad (w > 4m^2),$$

$$t = -2k^2(1 - \cos \theta) \quad (t < 0),$$

$$\bar{t} = -2k^2(1 + \cos \theta) \quad (\bar{t} < 0).$$

Pour décrire la réaction, on introduit une amplitude de transition M définie par sa relation avec la matrice S

$$S = 1 + i\delta^4(n_1 + p_1 - n_2 - p_2) \left(\frac{m}{2\pi E} \right)^2 \bar{u}(p_2) \chi_{p_2} \bar{u}(n_2) \chi_{n_2} M u(p_1) \chi_{p_1} u(n_1) \chi_{n_1}.$$

Cette matrice M doit être invariante par transformation de Lorentz et, par suite, s'exprime comme une combinaison linéaire des opérateurs invariants O_j agissant dans l'espace du spin et de l'isospin dont les coefficients a_j sont des fonctions scalaires de w , t et $\bar{t}$:

$$(35) \quad M = \sum_j a_j(w, t, \bar{t}) O_j.$$

Dans le calcul actuel de la diffusion nucléon-nucléon, pour chaque état d'isospin il n'existe que cinq invariants linéairement indépendants. On montre qu'il y a intérêt à choisir ceux qu'on appelle invariants perturbatifs:

$$P_1 = 1^n \cdot 1^p, \quad P_2 = i(\gamma^n \cdot P) 1^p = 1^n i(\gamma^p \cdot N),$$

$$P_3 = (i\gamma^n \cdot P)(i\gamma^p \cdot N), \quad P_4 = \gamma^n \cdot \gamma^p, \quad P_5 = \gamma_5^n \cdot \gamma_5^p.$$

Pour l'isospin, on choisit $1, 1$ et $\vec{\tau}^n \cdot \vec{\tau}^p$. M s'écrit alors sous la forme

$$(36) \quad M = \sum_i [3 p_i^+(w, t, \bar{t}) + 2 p_i^-(w, t, \bar{t}) \vec{\tau}^n \cdot \vec{\tau}^p] P_i.$$

Les p_i^- sont proportionnels aux amplitudes d'isospin $T = 0$ dans la voie $N \cdot N$ et les p_i^+ à celles de $T = 1$.

En vertu des règles générales de substitution, M décrit également la réaction $N + \bar{N} \rightarrow N + \bar{N}$ ($t > 4m^2$, $w < 0$, $\bar{t} < 0$, voie 2; $t > 4m^2$, $w < 0$, $\bar{t} < 0$, voie 3).

Amati, Leader & Vitale font alors l'hypothèse que les $p_i^\pm$ satisfont à la représentation de Mandelstam

$$p_i^\pm(w, t, \bar{t}) = \int dt' \int dw' \frac{z_i(t', w')}{(t' - t)(w' - w)} + \int dt' \int dt'' \frac{\gamma_i(t', t')}{(t' - t)(t' - t)} + \int dw' \int d\bar{t}' \frac{\gamma_i(w', t')}{(w' - w)(\bar{t}' - \bar{t})}.$$

Si, de plus, on tient compte que M doit satisfaire à la relation d'unitarité dans la voie $N + N \rightarrow N + N$, qui s'écrit

$$(37) \quad i \langle N \bar{N} | M^+ - M | N \bar{N} \rangle = \\ = \left(\frac{m}{2\pi E} \right)^2 \sum \langle N \bar{N} | M | 2\pi \rangle \langle 2\pi | M^+ | N \bar{N} \rangle + J_n$$

(la somme étant à prendre sur tous les états intermédiaires à deux pions conservant l'énergie-impulsion : J_n contient les contributions de tous les autres états intermédiaires) ; si l'on prend en considération les diverses symétries du problème et si, enfin, on tient compte aussi du terme à un pion dans la voie $N \bar{N}$, on peut alors exprimer les $p_j^\pm(w, t, \bar{t})$ sous la forme

$$(38) \quad p_j^\pm(w, t, \bar{t}) = \left(-\frac{1}{2} g^2 \delta_{j5} \frac{1}{\mu^2 - t} \right) + \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\rho_j^\pm(w, t') \mp (-1)^j \rho_j^\mp(t, t')}{t' - t} dt' \\ + \frac{1}{\pi^2} \int_{9\mu^2}^{\infty} \frac{dt'}{t' - t} \int_{4m^2}^{\infty} \chi_j^\pm(w', t') \left(\frac{1}{w' - w} \mp \frac{1}{w' - \bar{t}} \right) dw'.$$

La première intégrale est définie comme contenant seule la contribution des états intermédiaires à deux pions ; de plus, à cause de la coupure en w , ρ est différent de 0 à partir de $(2m)^2$; la seconde intégrale contient toutes les autres contributions. L'équation (38) jointe à la condition d'unitarité (37) permet d'écrire

$$(39) \quad \sum_i [\rho_j^\pm(w, t) \mp (-1)^j \rho_j^\mp(\bar{t}, t)] P_j = \\ = \left(\frac{m}{2\pi E} \right)^2 \sum \langle p_1 p_2 | M | 2\pi \rangle \langle 2\pi | M^+ | n_1 n_2 \rangle.$$

Il apparaît alors le résultat énoncé dans l'introduction : l'amplitude d'annihilation nucléon-antinuécléon en deux pions, qui est le prolongement analytique de l'amplitude de diffusion pion-nucléon, détermine la partie de l'amplitude de diffusion nucléon-antinuécléon correspondant à un état intermédiaire à deux pions et par prolongement analytique la partie de l'amplitude de diffusion nucléon-nucléon avec échange de deux pions.

On peut donc décomposer la matrice M en trois parties : la première contenant la contribution du pôle en $1/(\mu^2 - t)$ [contribution de l'échange à un pion appelé couramment OPEC], la seconde correspondant à l'échange de deux pions, déterminée comme on vient de le voir par l'amplitude de diffusion pion-nucléon et la troisième correspond à toutes les autres contributions : $M = M_1 + M_2 + M'$.

3. Détermination du potentiel. — Cottingham & Vinh Mau [17] considèrent alors le potentiel dans l'espace des impulsions sous la forme

$$\tilde{V}(\vec{\Delta}) = \tilde{V}_1(\vec{\Delta}) + \tilde{V}_2(\vec{\Delta}),$$

$$\text{avec} \quad \tilde{V}_2(\vec{\Delta}) = \sum_{\alpha} \tilde{\Omega}_{\alpha} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\rho_{\alpha}(t)}{t - t'} dt,$$

c'est à-dire le potentiel à échange d'un pion et une superposition continue de potentiels de Yukawa. Si on utilise ce potentiel dans l'équation de Schrödinger on aboutit à la matrice

$$S = 1 - 2 i \pi \delta^4(n_1 + p_1 - n_2 - p_2) T,$$

avec $T = \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2 + \tilde{V}_{12} + \dots$, où V_{12} est la seconde approximation de Born pour l'amplitude de diffusion lorsque le potentiel se réduit à V_1 . On identifie alors aisément :

$$\begin{aligned}\tilde{V}_1 &= - \left(\frac{m}{E} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \bar{u}(p_2) \chi_{p_2} \bar{u}(n_2) \chi_{n_2} \mathbf{M}_1 u(p_1) \chi_{p_1} u(n_1) \chi_{n_1}, \\ \tilde{V}_2 &= - \left(\frac{m}{E} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \bar{u}(p_2) \chi_{p_2} \bar{u}(n_2) \chi_{n_2} \mathbf{M}_2 u(p_1) \chi_{p_1} u(n_1) \chi_{n_2} - \tilde{V}_{12}.\end{aligned}$$

Il faut cependant noter que $\tilde{V}(\Delta)$, par sa définition même, est indépendant de l'énergie alors que $\mathbf{M}$ en dépend. En fait $\mathbf{M}_1$ est strictement indépendant de l'énergie et Cottingham & Vinh Mau ont montré que la dépendance en énergie de $\tilde{V}_2$ est faible lorsque w est inférieur au seuil de production des π . On définit alors $\tilde{V}_2$ par l'expression ci-dessus pour $w = 4m^2$.

4. Diffusion pion-nucléon à basse énergie. — Le potentiel ainsi obtenu ne contient pas de paramètre arbitraire : toutes les données nécessaires peuvent être déduites de la connaissance de l'amplitude pion-nucléon. Malheureusement cette amplitude est encore mal connue à présent. Elle a été étudiée par Chew, Goldberger, Low & Nambu [22] qui ont utilisé les relations de dispersion à une dimension (impulsion transférée fixée) et ensuite par Bowcock, Cottingham & Lurié [23] à l'aide de la représentation de Mandelstam, ce qui a eu pour effet d'ajouter aux résultats précédents un terme supplémentaire, introduit par l'interaction pion-pion. Ce sont ces derniers résultats qui ont servi au calcul de $\mathbf{M}_2$ et, par conséquent, de $\tilde{V}_2$. Nous allons les rappeler brièvement.

Comme dans le cas nucléon-nucléon, on définit trois scalaires :

$$t = -(n_1 - n_2)^2, \quad s = -(n_1 + q_1)^2, \quad \bar{s} = -(q_1 - n_2)^2,$$

où n_1, n_2 sont les quadriimpulsions initiales et finales des nucléons et q_1, q_2 celles des pions (fig. 5).

Là encore il existe une relation liant les trois scalaires :

$$s + \bar{s} + t = 2(m^2 + \mu^2), \quad \mu \text{ étant la masse du pion.}$$

La même amplitude de diffusion T , définie d'une façon analogue à celle de l'interaction nucléon-nucléon, décrit les deux relations possibles :

$$\text{voie 1 ou voie 3,} \quad \pi + \mathcal{N} \rightarrow \pi + \mathcal{N}$$

(particules initiales d'impulsion n_1 et q_1 ou $+n_1$ et $-q_2$) ;

$$\text{voie 2,} \quad \mathcal{N} + \bar{\mathcal{N}} \rightarrow \pi + \pi$$

(particules initiales d'impulsion n_1 et $-n_2$).

L'invariance par transformation de Lorentz impose que T soit de la forme

$$T = -A + \frac{1}{2} i \gamma_\mu (q_1 + q_2)_\mu B$$

et l'hypothèse que la réaction est indépendante de la charge implique que

$$A_{\beta\alpha} = \delta_{\alpha\beta} A^{(+)} + \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha] A^{(-)}, \quad B_{\beta\alpha} = \delta_{\alpha\beta} B^{(+)} + \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha] B^{(-)};$$

α et β sont les indices d'isospin des pions. Les signes $+$ et $-$ sont liés aux états d'isospin 0 et 1 dans la voie 2 (même signification qu'au paragraphe II.2) :

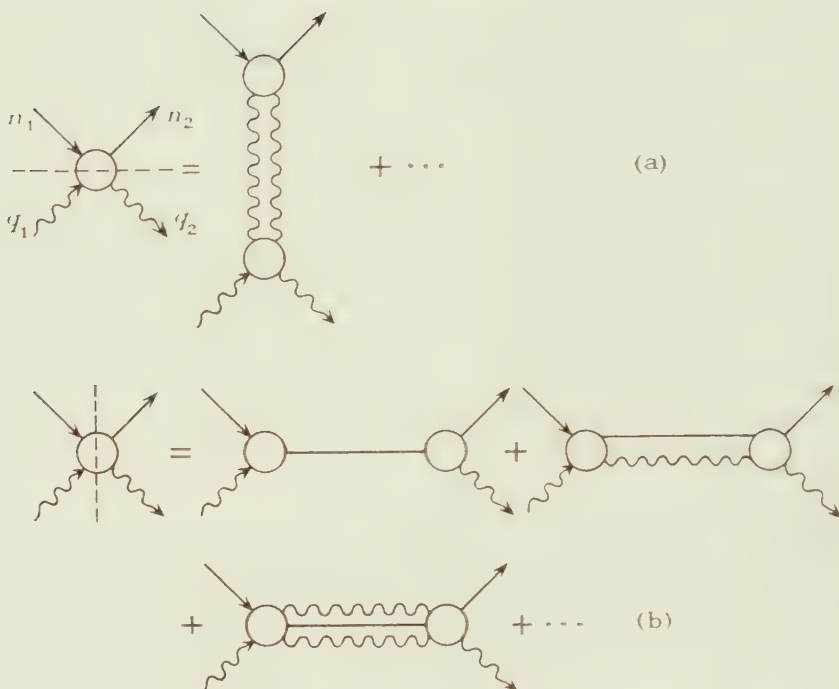


FIG. 5. — Diffusion pion-nucléon.

$$A^{(+)} = A^{(0)}/\sqrt{6}, \quad A^{(-)} = A^{(1)}/2 :$$

ce sont des fonctions scalaires des variables $s, \bar{s}$ et t .

On fait alors l'hypothèse que ces fonctions satisfont à la représentation de Mandelstam ; cela se traduit, par exemple pour $A^{(+)}$, par

$$A^{(+)}(s, \bar{s}, t) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \alpha^{(+)}(s', t) \left[\frac{1}{s' - s} + \frac{1}{s' - \bar{s}} \right] ds'.$$

(Le terme à un pôle de la figure 4 n'intervient que dans les B .) Si l'on se place dans la voie 1 on a immédiatement $\alpha^{(+)}(s, t) = \text{Im} A^{(+)}(s, t)$, ce qui peut s'écrire, grâce à la relation d'unitarité, comme une somme de contributions provenant de tous les états intermédiaires possibles et, en particulier,

$$\alpha^{(+)}(s, t) = \alpha_{el}^{(+)}(s, t) + \alpha_{inel}^{(+)}(s, t),$$

où $\alpha_{el}^{(+)}$ contient uniquement les contributions des états intermédiaires avec un pion et un nucléon (diffusion élastique) et $\alpha_{inel}^{(+)}$ le reste et, par suite, $\alpha_{inel}^{(+)}(s, t) = 0$ si $s < (m + 2\mu)^2$.

La représentation de Mandelstam prédit en outre le comportement analytique en t , de $\alpha_{el}^{(+)}$ et $\alpha_{inel}^{(+)}$; la singularité la plus proche pour $\alpha_{el}^{(+)}$, qui est le deuxième terme de la figure 5b, est une coupure commençant à $16\mu^2$ et pour $\alpha_{inel}^{(+)}$, troisième terme et suivants de la figure 5b, une coupure à $4\mu^2$. Ceci permet, en remplaçant les intégrales sur les coupures éloignées par des polynômes dont on ne garde que quelques termes, d'écrire

$$A^{(+)}(s, \bar{s}, t) = \frac{1}{4} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \alpha_{\text{el}}^{(+)}(s', t) \left[\frac{1}{s' - s} + \frac{1}{s' - \bar{s}} \right] ds' + \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\alpha^{(+)}(s, s', t)}{t' - t} dt' + C_A^{(+)},$$

$\alpha_{\text{el}}^{(+)}(s, t)$ étant un polynôme réel en t de faible degré et $\alpha^{(+)}(s, \bar{s}, t)$ la somme d'un polynôme réel en s de faible degré et d'un polynôme identique en $\bar{s}$.

On obtient des résultats semblables pour $A^{(-)}$ et $B^{(\pm)}$ avec, dans le cas de B , un pôle supplémentaire correspondant à l'échange d'un nucléon seul dans la voie 2 (premier terme de la fig. 5b). Ne retenant que le premier terme des polynômes en s et en t et remarquant que

$$A^{(\pm)}(s, \bar{s}, t) = \pm A^{(\pm)}(\bar{s}, s, t), \quad B^{(\pm)}(s, \bar{s}, t) = \mp B^{(\pm)}(\bar{s}, s, t)$$

(relations de croisement), on aboutit aux formules suivantes :

$$A^{(+)}(s, \bar{s}, t) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \alpha_{\text{el}}^{(+)}(s') \left[\frac{1}{s' - s} + \frac{1}{s' - \bar{s}} \right] ds' + \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\rho^{(+)}(t')}{t' - t} dt' + C_A^{(+)},$$

$$A^{(-)}(s, \bar{s}, t) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \alpha_{\text{el}}^{(-)}(s') \left[\frac{1}{s' - s} - \frac{1}{s' - \bar{s}} \right] ds' + \frac{s - \bar{s}}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\rho^{(-)}(t')}{t' - t} dt',$$

$$B^{(+)}(s, \bar{s}, t) = \frac{1}{\pi} g^2 \left(\frac{1}{m^2 - s} - \frac{1}{m^2 - \bar{s}} \right) + \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \beta_{\text{el}}^{(+)} \left[\frac{1}{s' - s} - \frac{1}{s' - \bar{s}} \right] ds' + \frac{s - \bar{s}}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\sigma^{(-)}(t')}{t' - t} dt',$$

$$B^{(-)}(s, \bar{s}, t) = \frac{1}{\pi} g^2 \left(\frac{1}{m^2 - s} + \frac{1}{m^2 - \bar{s}} \right) + \frac{1}{\pi} \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \beta_{\text{el}}^{(-)} \left[\frac{1}{s' - s} + \frac{1}{s' + \bar{s}} \right] ds' + \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\sigma^{(+)}(t')}{t' - t} dt' + C_B^{(-)}.$$

5. Modèle proposé par Bowcock, Cottingham & Lurié. — Conséquence des approximations précédentes, les fonctions ρ et σ étant réelles, dans la voie 1, $\text{Im}A^{(\pm)}$ et $\text{Im}B^{(\pm)}$ se réduisent à $\alpha_{\text{el}}^{(\pm)}$ et $\beta_{\text{el}}^{(\pm)}$, ce qui revient à négliger les états intermédiaires autres que ceux comportant un nucléon et un pion. Expérimentalement, à basse énergie, il n'y a qu'un seul état important dans la diffusion pion-nucléon, celui caractérisé par les nombres quantiques $T = 3/2$ et $J = 3/2$ ($P_{3/2}^{3/2}$), qui domine tous les autres.

Dans la voie 2, $\text{Im}A^{(\pm)}$ et $\text{Im}B^{(\pm)}$ se réduisent à $\varphi^{(\pm)}(t)$ et $\sigma^{(\pm)}(t)$. En se limitant au premier état intermédiaire, qui est un état à deux pions, $\text{Im}A^{(\pm)}$ et $\text{Im}B^{(\pm)}$ s'expriment au moyen de l'amplitude de diffusion pion-pion. Considérant ici les faibles valeurs de t , il suffit de retenir dans cette amplitude uniquement les deux premières ondes S et P dans le développement en ondes partielles. Il n'existe pas actuellement d'évidences expérimentales bien établies pour l'existence d'un état résonnant pion-pion dans l'état S. Par contre, il existe un état résonnant P (résonance ρ). Frazer & Fulco [24] ont montré que la partie isovectorielle du facteur

de forme des nucléons pouvait être expliquée de façon satisfaisante par un état résonnant pion-pion $T = J = 1$.

Récemment l'énergie et la largeur de cette résonance ont été précisées [25] : $E_r' = 5,4 \mu$, $\Gamma = 0,786 \mu$. Partant de cette situation expérimentale, Bowcock, Cottingham & Lurié développent $\text{Im } A^{(+)}$ et $\text{Im } B^{(-)}$ dans la voie 1 en ondes partielles et ne retiennent de la somme que le terme correspondant à $J = 3/2$, $T = 3/2$, admettant en outre pour cette amplitude partielle un comportement de fonction δ . Effectuant les calculs à l'approximation non relativiste, c'est-à-dire négligeant les termes de l'ordre $1/m$ et au-dessus, ils obtiennent ainsi la dépendance en s des polynômes $\alpha_{\text{el}}^{(\pm)}$ et $\beta_{\text{el}}^{(\pm)}$.

Dans la voie 2, ils négligent l'interaction pion-pion dans l'état S et décrivent la résonance pion-pion dans l'état P par une fonction δ , c'est-à-dire qu'ils la supposent assez étroite pour intervenir dans les fonctions φ et σ comme un pôle dû à l'échange d'une seule particule. Dans ces conditions

$$\begin{aligned}\sigma^{(+)}(t) &= \varphi^{(+)}(t) = 0, & \varphi^{(-)}(t) &= 6 \pi^2 C_2 \delta(t_r - t), \\ \sigma^{(-)}(t) &= -12 \pi^2 [C_1 + 2 m C_2] \delta(t_r - t);\end{aligned}$$

t_r est le carré de l'énergie de la résonance. Les paramètres C_1 et C_2 interviennent dans la théorie des facteurs de forme du nucléon. Précisément étudiant ces facteurs de forme, ils obtiennent $t_r = 22,4 \mu^2$ et $C_2/C_1 = (\mu_p - \mu_n)/2m = g_v/2m = 0,27 \mu^{-1}$, g_v étant le rapport gyromagnétique vectoriel du nucléon. Il reste alors à déterminer C_1 ainsi que les constantes $C_A^{(+)}$ et $C_B^{(-)}$. En fait les auteurs ci-dessus se bornent à déterminer seulement C_1 et $C_B^{(-)}$. Ils cherchent à reproduire les ondes S jusqu'à 600 MeV en utilisant les déphasages de Pontecorvo et de Walker : ils obtiennent ainsi : $C_1 = -1$, $C_B^{(-)} = 0$. Ils trouvent ensuite que ces valeurs sont cohérentes avec les déphasages P pion-nucléon.

6. Forme explicite du potentiel. — Reportant les résultats des paragraphes II.3 et II.4 dans (39), on obtient le potentiel à échange de deux pions dans l'espace des impulsions sous la forme

$$(40) \quad \tilde{V}_2(\Delta) = - \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \frac{1}{\pi} \sum_{\alpha} \tilde{\Omega}_{\alpha} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{3 \eta_{\alpha}^{+}(t') + 2 \eta_{\alpha}^{-}(t') \vec{\tau}^n \cdot \vec{\tau}^p}{t' - t} dt',$$

avec

$$(41) \quad \begin{aligned}\tilde{\Omega}_c &= 1, & \tilde{\Omega}_{so} &= -\frac{1}{2} \mathbf{i} (\vec{\sigma}^n + \vec{\sigma}^p) \cdot (\vec{p}_1 \wedge \vec{p}_2), & \tilde{\Omega}_{ss} &= \vec{\sigma}^n \cdot \vec{\sigma}^p, \\ \tilde{\Omega}_T &= 4 [\Delta^2 (\vec{\sigma}^n \cdot \vec{\sigma}^p) - 3 (\vec{\sigma}^n \cdot \vec{\Delta}) (\vec{\sigma}^p \cdot \vec{\Delta})], & \Omega_{so} &= \vec{\sigma}^n \cdot (\vec{p}_1 \wedge \vec{p}_2) + \vec{\sigma}^p \cdot (\vec{p}_1 \wedge \vec{p}_2).\end{aligned}$$

Les expressions détaillées des fonctions $\eta_{\alpha}^{\pm}$ sont données par Cottingham & Vinh Mau. Si nous passons maintenant à l'espace des positions, l'hypothèse que l'interaction pion-pion a lieu dans un état résonnant $T = J = 1$ de largeur infiniment étroite entraîne, comme nous l'avons vu, la présence dans les fonctions $\varphi^{(+)}$ et $\sigma^{(-)}$ de fonctions $\delta(t_r - t)$. Ceci permet de décomposer le potentiel en une partie discontinue provenant de la résonance φ et d'une partie continue provenant des autres contributions :

$$(42) \quad V_2(x) = \sum_{\alpha} \Omega_{\alpha} \{ 3 U_{\alpha}^{+}(x) + 2 U_{\alpha}^{-}(x) \vec{\tau}^n \cdot \vec{\tau}^p \} = \sum_{\alpha} V_{2,\alpha}(x) \Omega_{\alpha},$$

avec

$$(43) \quad \begin{cases} \Omega_c = 1, & \Omega_{so} = \frac{1}{2} \vec{L} \cdot (\vec{\sigma}^n + \vec{\sigma}^p), & \Omega_{ss} = \vec{\sigma}^n \cdot \vec{\sigma}^p, \\ \Omega_T = [3 (\vec{\sigma}^n \cdot \vec{x}) (\vec{\sigma}^p \cdot \vec{x}) - \vec{\sigma}^n \cdot \vec{\sigma}^p] / x^2, \\ \Omega_{so} = \frac{1}{2} [(\vec{\sigma}^n \cdot \vec{L}) (\vec{\sigma}^p \cdot \vec{L}) + (\vec{\sigma}^p \cdot \vec{L}) (\vec{\sigma}^n \cdot \vec{L})], \\ \vec{x} = \vec{x}_n - \vec{x}_p, & x = |\vec{x}|, & \vec{L} = \vec{x} \wedge \vec{\Delta}, & \vec{\Delta} = \frac{1}{2} (\vec{p}_2 - \vec{p}_1). \end{cases}$$

La partie discontinue s'écrit :

$$(44) \quad \begin{cases} U_{pc}(x) = \frac{3}{4} \frac{\hbar^2 \exp(-x\sqrt{t_r})}{x}, \\ U_{ps0}(x) = \frac{3}{4} \frac{\hbar^2 [(3/2) + 4g_v]}{m^2} \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x\sqrt{t_r}}\right), \\ U_{pT}(x) = -\frac{3}{4} \frac{\hbar^2 (1 + 2g_v)^2}{12m^2} t_r \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x} \left(1 + \frac{3}{x\sqrt{t_r}} + \frac{3}{x^2 t_r}\right), \\ U_{pss}(x) = \frac{3}{4} \frac{\hbar^2 (1 + 2g_v)^2}{6m^2} t_r \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x}, \end{cases}$$

avec $\hbar^2 = \frac{C_1^2}{\Gamma} (t_r - 4)^{3/2} \frac{1}{8\sqrt{t_r}}$, et la partie continue :

$$(45) \quad \begin{cases} U_c^\pm(x) = -\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_4^\infty \eta_c^\pm(t) \frac{\exp(-x\sqrt{t})}{x} dt, \\ U_{so}^\pm(x) = -\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_4^\infty \eta_{so}^\pm(t) \frac{\exp(-x\sqrt{t})}{x^2} \sqrt{t} \left(1 + \frac{1}{x\sqrt{t}}\right) dt, \\ U_T^\pm(x) = -\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_4^\infty \eta_T^\pm(t) \frac{\exp(-x\sqrt{t})}{x} t \left(1 + \frac{3}{x\sqrt{t}} + \frac{3}{x^2 t}\right) dt, \\ U_{ss}^\pm(x) = -\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_4^\infty \eta_{ss}^\pm(t) \frac{\exp(-x\sqrt{t})}{x} dt \end{cases}$$

(la masse μ du pion est prise égale à 1 dans la suite).

Evidemment il faut ajouter à ce potentiel la partie provenant de l'échange d'un pion,

$$(46) \quad \begin{cases} V(x) = 2 \sum_i U_{OPEP,i}^-(x) \vec{\tau}^n \cdot \vec{\tau}^p \Omega_i, \\ U_{OPEP,T}^-(x) = \frac{g^2}{4\pi} \frac{1}{24m^2} \frac{\exp(-x)}{x} \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2}\right), \\ U_{OPEP,ss}^-(x) = \frac{g^2}{4\pi} \frac{1}{24m^2} \frac{\exp(-x)}{x}, & U_{OPEP,c}(x) = U_{OPEP,so}(x) = 0. \end{cases}$$

7. Comparaison du potentiel aux potentiels semi-phénoménologiques ; améliorations suggérées. — Le potentiel obtenu ci-dessus s'accorde en général en signe et en grandeur avec celui de Breit ou avec celui de Hamada, particulièrement dans la région extérieure. Pour une distance d'interaction $x > 0,5$ (unités $\hbar = c = \mu = 1$) les parties spin-spin, tenseur et spin-orbite sont en bon accord

qualitatif ; l'accord n'est pas aussi bon en ce qui concerne la partie centrale dans l'état $T = 0$; les signes sont les mêmes à grande distance, mais tandis que les potentiels de Breit et de Hamada, après avoir été faiblement attractifs deviennent rapidement répulsifs, le potentiel calculé ci-dessus devient rapidement attractif. Une étude des formules précédentes donnant la contribution $U_c^-(r)$ de la résonance pion-pion $T = J = 1$, montre que celle-ci est elle-même attractive et on ne peut espérer, en modifiant ses paramètres, rétablir la situation. On pourrait aussi penser à l'introduction d'une interaction pion-pion dans l'état S ; malheureusement un échange de deux pions dans l'état S a un signe bien connu et conduit à un potentiel central attractif.

Si donc la contribution au potentiel central $T = 0$ est trouvée attractive et si cette même partie du potentiel doit être répulsive comme l'indiquent les potentiels semi-phénoménologiques, ceci ne peut provenir que des contributions négligées dues à l'échange de trois pions et plus.

Il se trouve qu'un état résonnant à trois pions a été mis en évidence expérimentalement (résonance ω : $J = 1$, $T = 0$) ; récemment certaines de ses caractéristiques ont été précisées : $E_r = 5,6 \mu$, $T = 9,3$. Cette résonance n'est probablement pas la seule contribution d'un échange à trois pions entre deux nucléons, mais c'est la mieux établie actuellement et elle peut être introduite sans grande difficulté d'une manière analogue à la résonance ρ .

En effet, il semble logique d'attribuer à cette résonance une part importante des facteurs de forme isoscalaires du nucléon ; la résonance ω dans ces conditions contribue au potentiel nucléon-nucléon sous une forme semblable à celle de ρ :

$$(47) \quad \begin{cases} U_{\omega c}^+(x) = \frac{3}{4} \eta'^2 \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x}, \\ U_{\omega so}^+(x) = -\frac{3}{4} \eta'^2 \frac{(3/2) + 4g_s}{m^2} \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x\sqrt{t_r}}\right) \sqrt{t_r}, \\ U_{\omega T}^+(x) = -\frac{3}{4} \eta'^2 \frac{(1 + 2g_s)^2}{12m^2} \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x} \left(1 + \frac{3}{x\sqrt{t_r}} + \frac{3}{x^2 t_r}\right) t_r, \\ U_{\omega ss}^+(x) = \frac{3}{4} \eta'^2 \frac{(1 + 2g_s)^2}{6m^2} \frac{\exp(-x\sqrt{t_r})}{x} t_r, \end{cases}$$

$$g_s = \frac{1}{2} (\mu_p + \mu_n) = -0,6 ;$$

g_s est le rapport gyromagnétique isoscalaire et η'^2 est lié à la force du couplage ω -nucléon.

On voit alors immédiatement l'intérêt d'introduire cette contribution : d'une part la partie centrale est répulsive dans les deux états d'isospin ; d'autre part du fait que g_s est petit par rapport à g_v , pour une contribution du même ordre de grandeur à la partie centrale, la contribution de la résonance ω aux parties tensorielles, spin-spin et spin-orbite sera bien moindre que celle de la résonance ρ .

On trouve en effet,

$$\frac{U_{\omega so}^+ U_c^-}{U_{\omega so}^+ U_c^-} = \frac{(3/2) + 4g_s}{(3/2) + 4g_v} \simeq \frac{1}{7},$$

$$\frac{U_{\text{T}}^+/U_{\text{c}}^+}{U_{\text{T}}^-/U_{\text{c}}^-} = \frac{U_{\text{ss}}^+/U_{\text{c}}^+}{U_{\text{ss}}^-/U_{\text{c}}^-} = \frac{(1 + 2g_{\text{s}})^2}{(1 + 2g_{\text{v}})^2} \approx \frac{1}{30}.$$

On peut donc espérer corriger suffisamment la partie centrale V_{c}^0 en introduisant la résonance ω sans trop modifier les trois autres parties.

Les résonances ρ et ω ont été introduites sous forme de fonctions δ . On peut simuler ces résonances par des particules métastables (mésion ρ et mésion ω) ayant pour masse l'énergie de la résonance correspondante. L'interaction mésion-nucléon, par exemple, est décrite par un hamiltonien de la forme

$$\mathbf{i} g_{\rho} \bar{\psi}_{\text{N}}(x) \gamma_{\mu} \psi_{\text{N}}(x) B_{\mu}(x) + \mathbf{i} f_{\rho} \bar{\psi}_{\text{N}}(x) \sigma_{\mu\nu} \psi_{\text{N}}(x) \partial_{\nu} B_{\mu}(x).$$

La relation entre ces constantes de couplage et les paramètres de Bowcock, Cottingham & Lurie est [26]

$$\frac{g_{\rho}^2}{4\pi} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{1}{t_{\text{r}}}} \left(\frac{t_{\text{r}}}{4} - 1 \right)^3 \frac{C_1^2}{\Gamma}, \quad \frac{f_{\rho}^2}{4\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{t_{\text{r}}}} \left(\frac{t_{\text{r}}}{4} - 1 \right)^3 \frac{C_2^2}{\Gamma}.$$

Les formules pour le mésion ω sont analogues. La difficulté est que nous ne possédons pas de valeur bien déterminée pour la constante de couplage du mésion ω avec les nucléons.

On a tenté d'évaluer la constante de couplage g_{ω} pour le mésion ω de diverses manières ; les résultats s'accordent tous à prédire que $g_{\omega} > g_{\rho}$, mais les valeurs trouvées oscillent entre de larges limites.

Citons Nambu & Sakurai [27] ($g_{\omega}^2/4\pi = 2$ à 5), Minami, Miyamoto & Masuda [28] ($g_{\omega}^2/4\pi = 5$ à 7) à partir de la réaction $\bar{\text{p}} + \text{p} \rightarrow \omega + \omega$, Hara [29] ($g_{\omega}^2/4\pi = 8,5$).

Considérons maintenant le mésion ρ . Nous avons vu que Bowcock, Cottingham & Lurie ont évalué ses paramètres en admettant pour t_{r} la valeur 22,4, assez éloignée du résultat expérimental, et en utilisant les déphasages pion-nucléon jusqu'à 600 MeV, alors que l'approximation de Cini & Fubini utilisée n'est plus valable au delà de 300 MeV et que les déphasages à hautes énergies sont encore mal connus. Carrassi & Passatore [30] ont réévalué C_1 dans l'hypothèse d'une résonance d'énergie $t_{\text{r}} = 30$ et ont obtenu une valeur moyenne $C_1 = -1,7$.

Enfin en ce qui concerne la constante $C_{\text{A}}^{(+)}$ qui intervient dans l'onde S pion-nucléon, Cottingham & Vinh Mau l'ont déterminée à partir de la longueur de diffusion de cet état S pion-nucléon ; cette détermination $C_{\text{A}}^{(+)}/4\pi = -0,90 \pm 0,26$ est évidemment tributaire des incertitudes expérimentales.

8. Méthode utilisée pour la résolution de l'équation de Schrödinger. — La forme sous laquelle le potentiel a été obtenu nous a incité à utiliser une méthode particulière pour résoudre l'équation de Schrödinger. La présence dans le potentiel du terme tenseur S_{12} fait que le moment orbital $\vec{L}$ ne commute pas avec l'hamiltonien total ; il en est de même pour S . Par contre $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ et S^2 commutent avec l'hamiltonien. On peut donc caractériser l'état de deux nucléons par les nombres quantiques J, J_z, S ainsi, bien entendu, que par la parité Π .

Dans le cas $S = 0$ (singulet), $J = L$, L est un bon nombre quantique. En passant dans le système du centre de masse et après élimination des variables angulaires, il reste à résoudre une équation radiale correspondant à une valeur de L donnée.

Dans le cas $S = 1$ (triplet), à cause de la conservation de la parité, on a soit $L = J$, soit $L = J + 1$; dans le premier cas on aboutit encore à une équation radiale pour une valeur donnée de L , dans le second cas on obtient un système d'équations radiales couplant les composantes radiales $L = J - 1$ et $L = J + 1$.

Considérons d'abord le cas le plus général, celui des équations couplées : le couple d'équations radiales s'écrit

$$\begin{aligned} \left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{(J-1)J}{r^2} - W_0(r) - (J-1)W_{s0}(r) - \frac{2(J-1)}{2J+1}W_T(r) \right] u_J \\ - \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}W_T(r)w_J = 0, \\ \left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{(J+1)(J+2)}{r^2} - W_0(r) - (J+2)W_{s0}(r) - \frac{2(J+2)}{2J+1}W_T(r) \right] w_J \\ - \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1}W_T(r)u_J = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Nous avons posé $k^2 = m E_{\text{CM}}$, $W_i = m V_i$, $V_0 = V_c + V_{ss}$.

On recherche une solution générale de ce couple d'équations sous la forme

$$(49) \quad \begin{pmatrix} u_J(r) \\ w_J(r) \end{pmatrix} = a_1 \psi_1^+ + a_2 \psi_2^+ + b_1 \psi_1^- + b_2 \psi_2^-,$$

où les $\psi_\lambda^\pm(r, k)$ forment un ensemble complet linéairement indépendant de solutions et sont définies par leur comportement asymptotique à l'infini :

$$(50) \quad \begin{aligned} \psi_\lambda^\pm &= \begin{pmatrix} f_\lambda(r, -k) e^{ikr} \\ g_\lambda(r, -k) e^{ikr} \end{pmatrix}, & \psi_\lambda^\pm &= \begin{pmatrix} f_\lambda(r, k) e^{-ikr} \\ g_\lambda(r, k) e^{-ikr} \end{pmatrix}, \\ \psi_1^\pm &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} e^{ikr} \\ + e^{ikr} \end{pmatrix}, & \psi_1^\pm &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} e^{-ikr} \\ + e^{-ikr} \end{pmatrix}, \\ \psi_2^\pm &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} + e^{ikr} \\ - e^{ikr} \end{pmatrix}, & \psi_2^\pm &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} + e^{-ikr} \\ - e^{-ikr} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Compte tenu du comportement asymptotique des $f_\lambda(r, k)$ et des $g_\lambda(r, k)$, on peut écrire

$$(51) \quad \begin{aligned} f_\lambda(r, k) &= 1 + \int_0^x \rho_{\lambda k}(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha, \\ g_\lambda(r, k) &= \delta_{\lambda 1} - \delta_{\lambda 2} + \int_0^x \sigma_{\lambda k}(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha. \end{aligned}$$

Les potentiels que nous considérons dans ce travail peuvent se mettre sous la forme

$$(52) \quad W_i(r) = \int_0^\infty C_i(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha;$$

on montre alors que les ρ et σ satisfont au système

$$(53) \quad \begin{aligned} \rho_{\lambda k}(\alpha) &= \left\{ P'_{J-1} \left(1 + \frac{\alpha}{ik} \right) \right\} \\ \sigma_{\lambda k}(\alpha) &= \left\{ P'_{J+1} \left(1 + \frac{\alpha}{ik} \right) (\delta_{\lambda 1} - \delta_{\lambda 2}) \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\alpha(\alpha + 2ik)} \left\{ \frac{C_M^\rho(\alpha) + C_T(\alpha)(\delta_{\lambda 1} - \delta_{\lambda 2})}{C_M^\sigma(\alpha) + C_T(\alpha)} \right\} + \\
 & + \frac{1}{\alpha(\alpha + 2ik)} \int_0^{\alpha-\mu} \left\{ \frac{C_M^\rho(\alpha-\beta)\rho_{\lambda k}(\beta) + C_T(\alpha-\beta)\sigma_{\lambda k}(\beta)}{C_M^\sigma(\alpha-\beta)\sigma_{\lambda k}(\beta) + C_T(\alpha-\beta)\rho_{\lambda k}(\beta)} \right\} d\beta + \\
 & + \int_\mu^\alpha \left\{ \frac{K_{J-1}(\alpha, \beta) [C_M^\rho(\beta) + C_T(\beta)(\delta_{\lambda 1} - \delta_{\lambda 2})]}{K_{J+1}(\alpha, \beta) [C_M^\sigma(\beta) + C_T(\beta)]} \right\} d\beta + \\
 & + \int_0^\alpha d\gamma \int_{\gamma+\mu}^\alpha d\beta \left\{ \frac{K_{J-1}(\alpha, \beta) [C_M^\rho(\beta-\gamma)\rho_{\lambda k}(\gamma) + C_T(\beta-\gamma)\sigma_{\lambda k}(\gamma)]}{K_{J+1}(\alpha, \beta) [C_M^\sigma(\beta-\gamma)\sigma_{\lambda k}(\gamma) + C_T(\beta-\gamma)\rho_{\lambda k}(\gamma)]} \right\}.
 \end{aligned}$$

Les C_M^ρ , C_M^σ , C_T sont définis par

$$\begin{aligned}
 W_M^\rho(r) &= \int_\mu^\infty C_M^\rho(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha, \quad W_M^\sigma(r) = \int_\mu^\infty C_M^\sigma(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha, \\
 W_M(r) &= \int_\mu^\infty C_T(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha,
 \end{aligned}$$

les W_M^ρ , W_M^σ , W_M étant des combinaisons des $V_i(r)$ (cf. § II.14);

$$K_L(\alpha, \beta) = \frac{1}{ik} [P_L'(\alpha) Q_L'(\beta) - Q_L'(\alpha) P_L'(\beta)],$$

où $P_L(\alpha)$ et $Q_L(\alpha)$ sont respectivement les fonctions de Legendre de première et seconde espèces.

Remarquant que les C sont nuls si $\alpha < \mu$ on peut montrer facilement que le système d'équations intégrales (53) fournit les valeurs de $\rho_{\lambda k}(\alpha)$ et $\sigma_{\lambda k}(\alpha)$ dans l'intervalle $n\mu < \alpha < (n+1)\mu$ à partir des valeurs de ces fonctions pour $\alpha < n\mu$. Or, pour $0 < \alpha < \mu$, le système se réduit à

$$\rho_{\lambda k}(\alpha) = P_{J-1}'\left(1 + \frac{\alpha}{ik}\right), \quad \sigma_{\lambda k}(\alpha) = P_{J+1}'\left(1 + \frac{\alpha}{ik}\right).$$

Dans le cas non couplé, l'équation radiale s'écrit

$$(54) \quad \left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{J(J+1)}{r^2} - W(r) \right] U_J(r) = 0.$$

Pour le cas singulet, $W(r) = m[V_c - 3V_{ss}]$;

pour le cas triplet, $W(r) = m[V_c(r) + V_{ss}(r) + 2V_T(r) - V_{so}(r)]$.

On définit alors deux solutions linéairement indépendantes de l'équation de Schrödinger

$$(55) \quad \psi^+ = f(r, -k) e^{ikr}, \quad \psi^- = f(r, k) e^{-ikr}$$

et la solution générale s'écrit $v_J(r) = a\psi^+ + b\psi^-$.

On pose encore

$$(56) \quad f(r, k) = 1 + \int_0^\infty \rho_k(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha$$

et on aboutit pour $\rho_k(\alpha)$ à l'équation

$$\begin{aligned}
 (57) \quad \rho_k(\alpha) &= P_J'\left(1 + \frac{\alpha}{ik}\right) + \frac{1}{\alpha(\alpha + 2ik)} \left[C(\alpha) + \int_0^{\alpha-\mu} C(\alpha-\beta) \rho_k(\beta) d\beta \right] + \\
 &+ \int_\mu^\alpha K_J(\alpha, \beta) C(\beta) d\beta + \int_0^{\alpha-\mu} d\gamma \int_{\gamma+\mu}^\alpha d\beta K_J(\alpha, \beta) C(\beta-\gamma) \rho_k(\gamma).
 \end{aligned}$$

Cette équation possède les mêmes propriétés itératives que le système (53).

Il nous faut obtenir maintenant l'expression des $C_i(\alpha)$ à partir des fonctions définissant les potentiels décrits au paragraphe II.5.

La contribution continue s'exprime sous la forme d'une somme de termes du genre

$$(58) \quad V(r) = \frac{1}{r^n} \int_2^\infty \eta(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha.$$

Remarquant que $\frac{1}{r^n} = \frac{1}{n-1} \int_0^1 \alpha^{n-1} e^{-\alpha r} d\alpha$, il vient

$$V(r) = \frac{1}{n-1} \int_0^\infty \alpha^{n-1} e^{-\alpha r} d\alpha \int_0^\infty \eta(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha \quad [\eta(\alpha) \equiv 0 \text{ si } \alpha < 2].$$

En utilisant les intégrales de convolution

$$\int_0^\infty e^{-sx} f(x) dx \int_0^\infty e^{-sx'} g(x') dx' = \int_0^\infty e^{-sy} dy \int_0^y f(y-y') g(y') dy',$$

on obtient finalement

$$V(r) = \frac{1}{n-1} \int_2^r e^{-\alpha r} d\alpha \int_2^r (\alpha - \alpha')^{n-1} \eta(\alpha') d\alpha',$$

c'est-à-dire

$$(59) \quad V(r) = \int_2^\infty C(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha, \text{ avec } C(\alpha) = \frac{1}{n-1} \int_2^\infty (\alpha - \alpha')^{n-1} \eta(\alpha') d\alpha'.$$

Pour la contribution discontinue qui s'exprime comme une somme de termes du genre e^{-ar}/r^n on obtient facilement

$$\frac{e^{-ar}}{r^n} = \frac{1}{n-1} \int_a^\infty (\alpha - a)^{n-1} e^{-\alpha r} d\alpha = \int_a^\infty C(\alpha) e^{-\alpha r} d\alpha,$$

avec

$$(60) \quad C(\alpha) = (\alpha - a)^{n-1}/(n-1).$$

Nous donnons au paragraphe II.14 les expressions obtenues à partir de ces formules pour les C_M^o , C_M^s , C_T et C introduits dans (53) et (57).

9. Cas du deutéron. Nous voulons calculer maintenant les paramètres du deutéron. Le deutéron est un état lié de moment angulaire total $J = 1$ et de parité $+$. C'est donc un mélange d'états 3S_1 et 3D_1 et sa dépendance radiale est décrite par deux fonctions $u(r)$ et $w(r)$ solutions du système d'équations couplées considéré précédemment.

Les principaux paramètres du deutéron sont l'énergie de liaison ε , le moment quadrupolaire électrique Q et son moment magnétique μ_d ; ces trois quantités peuvent être déterminées directement par l'expérience. Nous avons également calculé le pourcentage P_D d'état 3D_1 , le rapport asymptotique ($r \rightarrow \infty$) de l'onde D à l'onde S et la portée effective du deutéron $\rho(-\varepsilon, -\varepsilon)$ [31].

On ne doit pas s'attendre, ainsi que nous l'avons signalé, à ce que le potentiel utilisé ici soit valable pour des distances d'interaction inférieures à $0,5 \mu^{-1}$. Nous avons choisi la manière la plus simple de tenir compte de la région interne en introduisant un cœur dur que nous déterminerons phénoménologiquement.

Puisqu'il s'agit d'un état lié, $k^2 = -\varepsilon m$ et $k = i\kappa$. Ceci entraîne que les fonctions

$f_\lambda(r, \mathbf{i} \kappa)$ et $g_\lambda(r, \mathbf{i} \kappa)$ sont réelles. D'autre part à l'infini les fonctions d'onde doivent s'annuler ce qui exclut un comportement en $e^{+\kappa r}$. Dans ces conditions,

$$\left. \begin{array}{l} u(r) \\ w(r) \end{array} \right\} = a_1 \psi_1^+ + a_2 \psi_2^+ \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \left\{ \begin{array}{l} (a_1 + a_2) e^{-\kappa r} \\ (a_1 - a_2) e^{-\kappa r} \end{array} \right.$$

Nous imposons à ces fonctions d'être nulles à $r = r_c$:

$$(61) \quad \begin{aligned} a_1 f_1(r_c, -\mathbf{i} \kappa) + a_2 f_2(r_c, -\mathbf{i} \kappa) &= 0, \\ a_1 g_1(r_c, -\mathbf{i} \kappa) + a_2 g_2(r_c, -\mathbf{i} \kappa) &= 0. \end{aligned}$$

Pour que ce système ait une solution, il faut que

$$(62) \quad f_1(r_c, -\mathbf{i} \kappa) g_2(r_c, -\mathbf{i} \kappa) = g_1(r_c, -\mathbf{i} \kappa) f_2(r_c, -\mathbf{i} \kappa).$$

Nous avons là une relation entre r_c et κ . Nous déterminerons donc r_c de façon à trouver pour κ la valeur correspondant à l'énergie de liaison exacte du deutéron ($\varepsilon = 2,226$ MeV).

Une fois la condition (62) remplie, le système (61) détermine a_2/a_1 .

Les fonctions d'onde doivent en outre satisfaire à la condition de normalisation $\int_0^\infty [u^2(r) + w^2(r)] dr = 1$, ce qui permet de déterminer a_1 et a_2 , donc d'obtenir $u(r)$, $w(r)$ et les paramètres du deutéron par les formules habituelles :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\sqrt{2}}{10} \int_0^\infty r^2 \left(u w - \frac{1}{2\sqrt{2}} w^2 \right) dr, \\ \mu_d &= \mu_p + \mu_n - \frac{3}{2} \left(\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2} \right) P_D, \\ P_D &= \int_0^\infty w^2(r) dr \quad (\text{pourcentage d'état } ^3D_1), \end{aligned}$$

$$\rho(-\varepsilon, -\varepsilon) = \frac{2}{N^2} \int_0^\infty [\bar{u}^2(r) + \bar{w}^2(r) - u^2(r) - w^2(r)] dr = \frac{1}{\kappa} - \frac{2}{N},$$

les fonctions asymptotiques $\bar{u}(r)$ et $\bar{w}(r)$ étant définies par

$$\begin{aligned} \bar{u}(r) &= N \cos \varepsilon e^{-\kappa r}, \quad \bar{w}(r) = N \sin \varepsilon \left[\left(1 + \frac{3}{\kappa r} + \frac{3}{(\kappa r)^2} \right) - \frac{3}{(\kappa r)^2} \right] e^{-\kappa r}, \\ u(r) &\xrightarrow{r \rightarrow \infty} \bar{u}(r), \quad w(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \bar{w}(r); \end{aligned}$$

$\eta = \tan \varepsilon$ est le rapport asymptotique des ondes D aux ondes S. La valeur expérimentale la plus récente pour Q est [32] $Q = (2,82 \pm 0,07) 10^{-27} \text{ cm}^2$, pour μ_d , $\mu_d = 0,857 441 \pm 0,000 019$ [33].

Il convient de noter cependant que la formule donnée ci-dessus pour μ_d n'est pas exacte ; il faut y ajouter des corrections d'origines diverses et mal connues que l'on évalue à environ 1 %.

$\rho(-\varepsilon, -\varepsilon)$ ne peut pas être obtenu directement par l'expérience ; mais il est lié par une relation à la portée effective, à la longueur de diffusion et au paramètre de forme de la diffusion $\mathbf{n} \cdot \mathbf{p}$; ceci permet de l'évaluer à environ $1,73 \pm 10^{-13} \text{ cm}$.

10. Cas des déphasages non couplés. — Dans ce cas k^2 est positif et k est réel. Les fonctions $f(r, -k)$ et $f(r, k)$ sont complexes.

La fonction d'onde radiale s'écrit

$$(63) \quad v_L(r) = \mathcal{H} \left[a_1 f(r, k) e^{-ikr} + a_2 f^*(r, k) e^{ikr} \right].$$

On définit les déphasages par le comportement pour $r \rightarrow \infty$ de $v_L(r)$

$$(64) \quad v_L(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin \left(kr - \frac{L\pi}{2} + \delta_L \right).$$

En comparant la forme de (63) pour $r \rightarrow \infty$ à (64) on obtient

$$a_1 = \exp \left[i \left(\delta_L - \frac{L\pi}{2} \right) \right], \quad a_2 = -a_1^*.$$

Comme dans le cas du deutéron, pour tenir compte de la région interne où le potentiel n'est plus valable, nous introduisons un cœur dur de rayon r_c . La condition $u(r_c) = 0$ nous permet de déterminer a_1 et a_2 . Posons $\theta = kr - (L\pi/2) + \delta$,

$$v_L(r) = 2i \mathcal{H} [\cos \theta \operatorname{Im} f(r, k) - \sin \theta \operatorname{Re} f(r, k)],$$

$$\operatorname{Im} f(r_c, k) - \operatorname{tg} \theta = \operatorname{Re} f(r_c, k) = 0,$$

$$\delta_L = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{Im} f(r_c, k)}{\operatorname{Re} f(r_c, k)} - \frac{L\pi}{2} \quad kr.$$

11. Résultats. — a) Nous avons tout d'abord calculé les paramètres du deutéron en utilisant les valeurs $m_p = 4,7 \mu$, $C_1 = -1$, $C_B^{(-)} = 0$ (déterminées par Bowcock, Cottingham & Lurié) et $C_A^{(+)} / 4\pi = -0,9$.

Afin de pouvoir juger de l'influence de la partie continue du potentiel (échange de deux pions non corrélés) nous donnons dans le tableau I les résultats avec la partie discontinue seule (contribution de l'échange d'un pion et des résonances ρ et ω) et dans le tableau II les résultats avec le potentiel complet. Les fonctions d'onde du deutéron sont représentées respectivement par les courbes des figures 6 et 7.

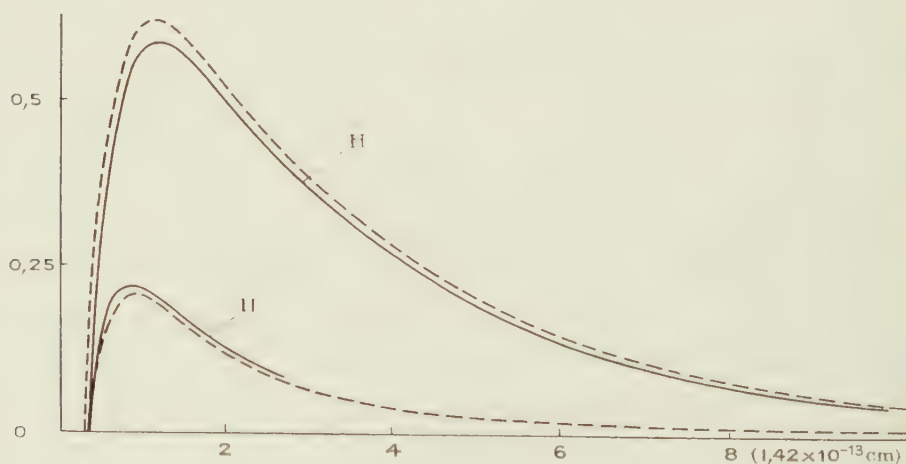
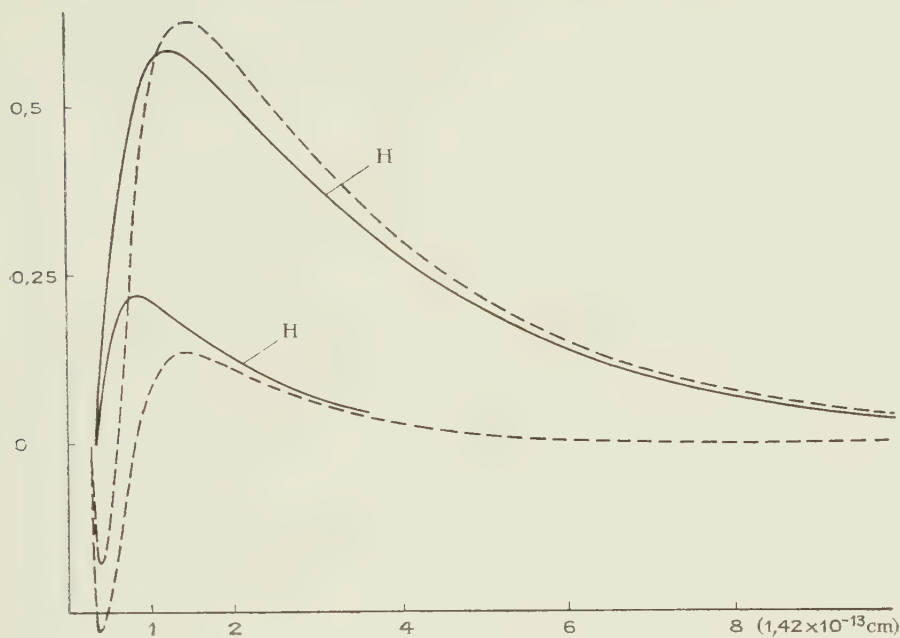
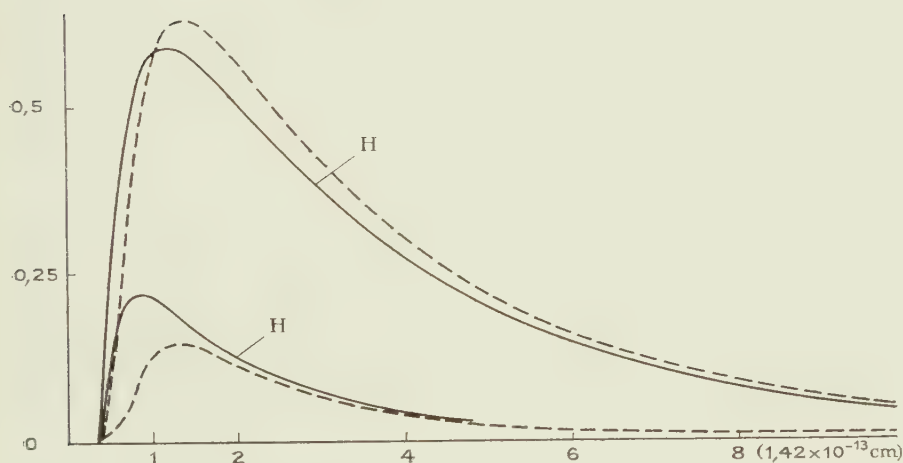


FIG. 6. $g\omega/g\rho = 1,58$ (cf. tableau I).

FIG. 6 à 8. — Valeurs des paramètres du deutéron et fonctions d'onde radiales. Les fonctions d'onde calculées ici sont en tireté; on a tracé aussi celles correspondant au potentiel de Hamada & Johnston [13] (H). Explications au paragraphe II.11.


 FIG. 7. $g\omega/g\rho = 4$ (cf. tableau II).

 FIG. 8. $g\omega/g\rho = 3,32$ (cf. tableau III).

b) Nous avons ensuite utilisé pour m_ρ la valeur admise actuellement [25] $m_\rho = 5,4\mu$; pour C_1 nous avons pris la valeur de Carrasi & Passatore [30] ($C_1 = -1,7$) ce qui, avec une largeur de 110 MeV [25] pour la résonance ρ , donne $g_\rho^2/4\pi = 2,98$; nous avons pris $C_A^{(+)} / 4\pi = -1,2$ et $C_B^{(-)} = 0$.

Avec ces valeurs et le potentiel complet, nous avons calculé à nouveau les paramètres du deuteron (tableau III, fig. 8) et les déphasages singlets dans la diffusion proton-proton et neutron-proton (fig. 9 à 14).

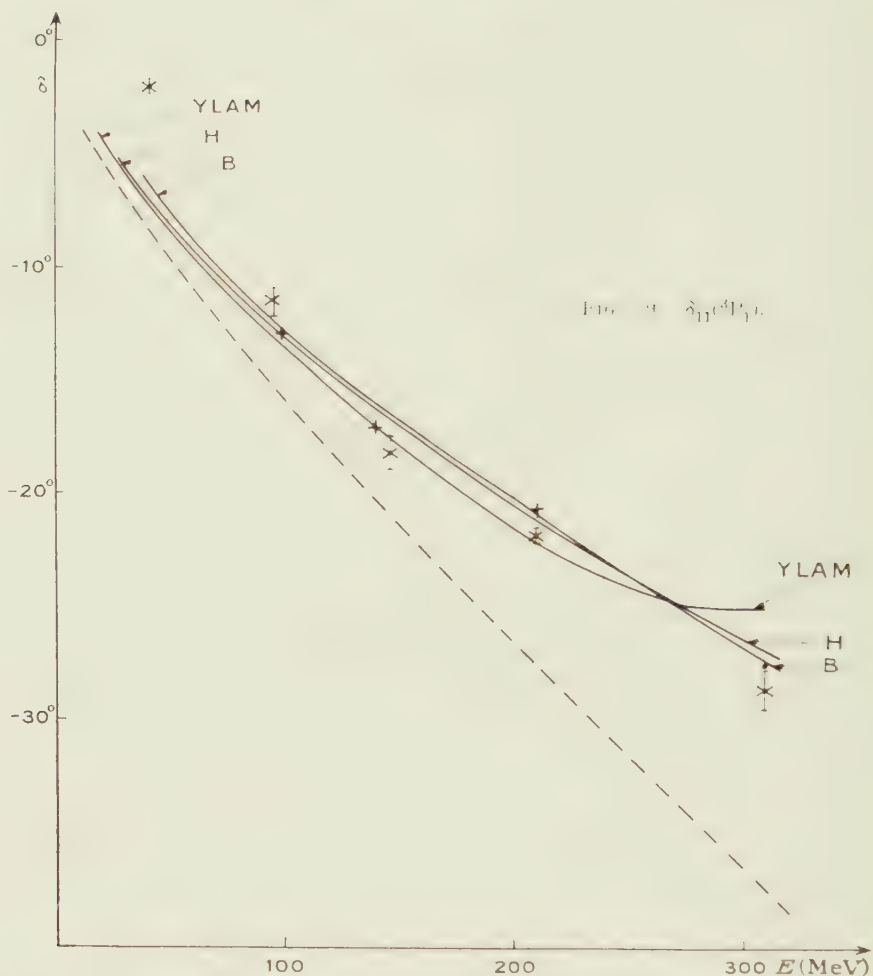


FIG. 9 à 14. --- Déphasages non couplés de la diffusion nucléon-nucléon pour des énergies incidentes E dans le laboratoire entre 0 et 310 MeV. Les résultats obtenus ici sont en tireté ; ils sont comparés aux déphasages obtenus par Breit & al. [10] (YLAM, YLAN 3M, YLAN 1) ainsi qu'à ceux calculés par MacGregor & al. [35] (•), Perring [36] (+) et Kazarinov & Silin [37] (×). On a également porté les déphasages obtenus à partir des potentiels de Hamada & Johnston [13] (H) & Bryan [12] (B). Autres explications au paragraphe II.11.

TABLEAU I. -- Paramètres du deuteron obtenus avec la partie discontinue du potentiel et les données du paragraphe II.11a

g_0, g_2	$Q (10^{-25} \text{ cm}^2)$	μ_d	$P_D (\%)$	$\rho (10^{-13} \text{ cm})$	r_c	$r_c (1,42 \times 10^{-13} \text{ cm})$
1,3	2,813	0,846 2	5,88	1,773	0,027 35	0,310
1,58	2,825	0,846 4	5,86	1,773	0,027 33	0,299
1,73	2,828	0,846 7	5,80	1,765	0,027 30	0,291

ÉTUDE THÉORIQUE DE L'INTERACTION NUCLÉON-NUCLÉON

TABLEAU II. — Paramètres du deuteron obtenus avec le potentiel complet et les données du paragraphe II.11a

$g\omega/g\rho$	$Q (10^{-27} \text{ cm}^2)$	μ_d	$P_D (\%)$	$\rho (10^{-13} \text{ cm})$	η	$r_c (1,42 \times 10^{-13} \text{ cm})$
3,16	2,10	0,859	3,70	1,983	0,023 9	0,294
4	2,815	0,853	4,7	2,159	0,024 71	0,282 8
4,47	2,99	0,854	4,48	2,166	0,025 6	0,261

TABLEAU III. — Paramètres du deuteron obtenus avec le potentiel complet et les données du paragraphe II.11b

$g\omega/g\rho$	$Q (10^{-27} \text{ cm}^2)$	μ_d	$P_D (\%)$	$\rho (10^{-13} \text{ cm})$	η	$r_c (1,42 \times 10^{-13} \text{ cm})$
3,16	2,81	0,860 4	3,37	2,09	0,025	0,304
3,32	2,83	0,860 5	3,36	2,05	0,025	0,309
3,46	2,86	0,860 6	3,34	2,0	0,024 9	0,313

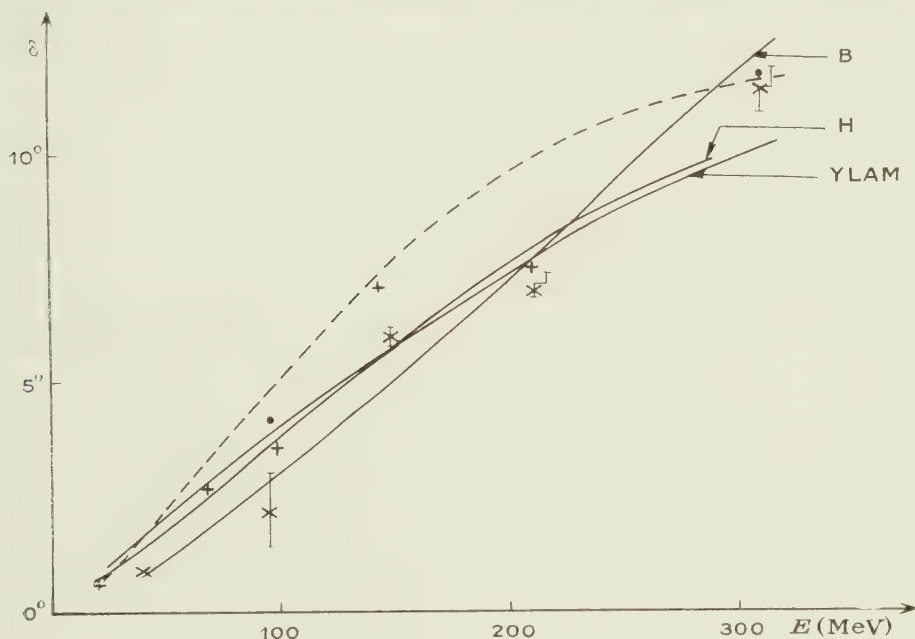
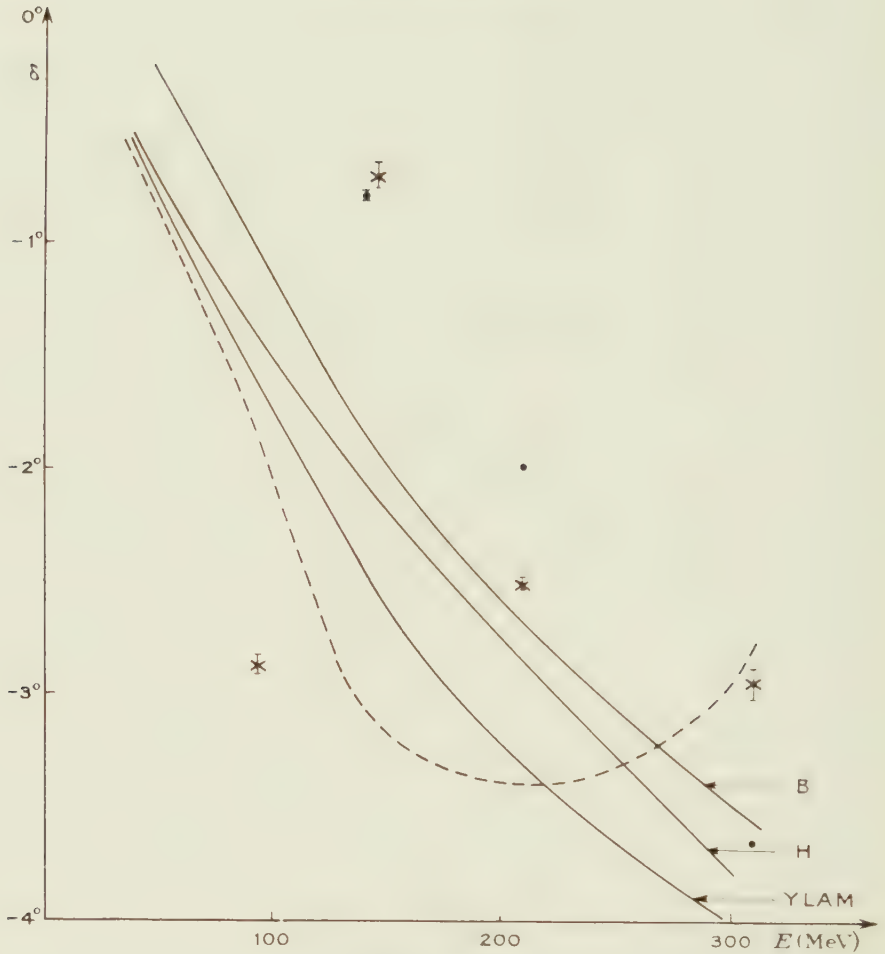


FIG. 10. $\delta_2(^1D_2)$.

c) En ce qui concerne le deuteron, nous avons comparé les fonctions d'onde obtenues aux fonctions d'onde correspondantes du potentiel semi-phénoménologique de Hamada & Johnston [13] (notées H) ; ce potentiel donne pour les paramètres du deuteron :

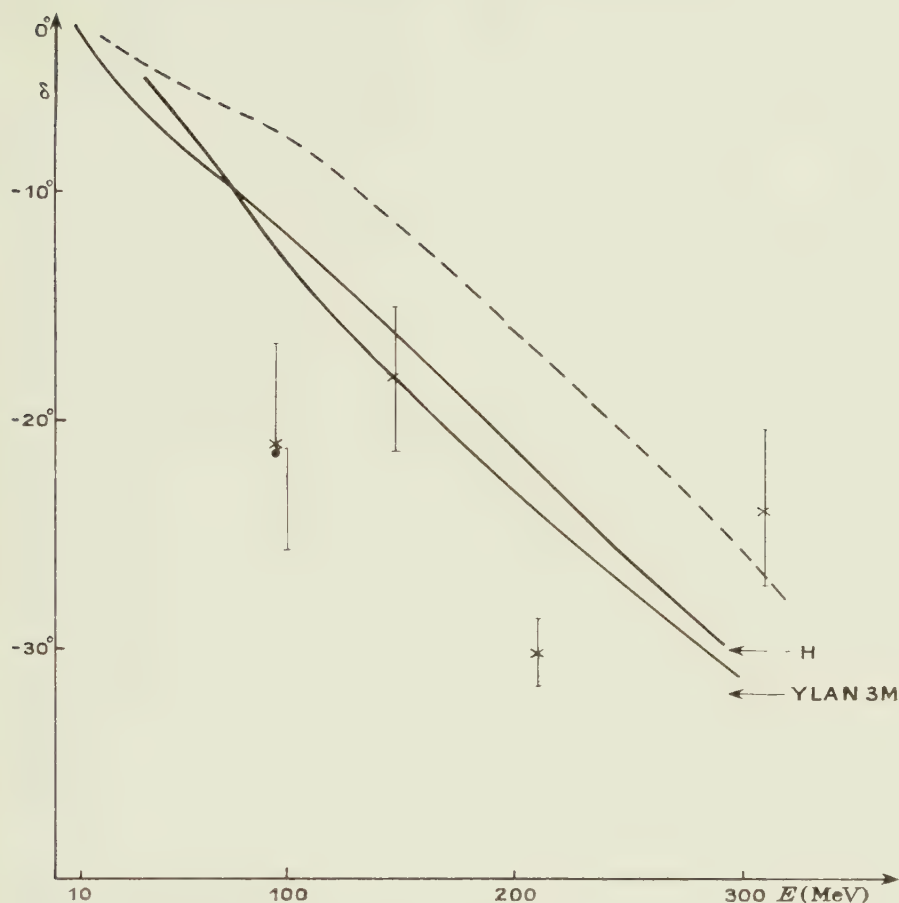
FIG. 11. $\delta_{33}(^3F_3)$.

$$Q = 2,85 \times 10^{-27} \text{ cm}^2, \quad \rho(-\varepsilon, -\varepsilon) = 1,77 \times 10^{-13} \text{ cm},$$

$$P_D = 6,97 \%, \quad \eta = 0,026 \ 56.$$

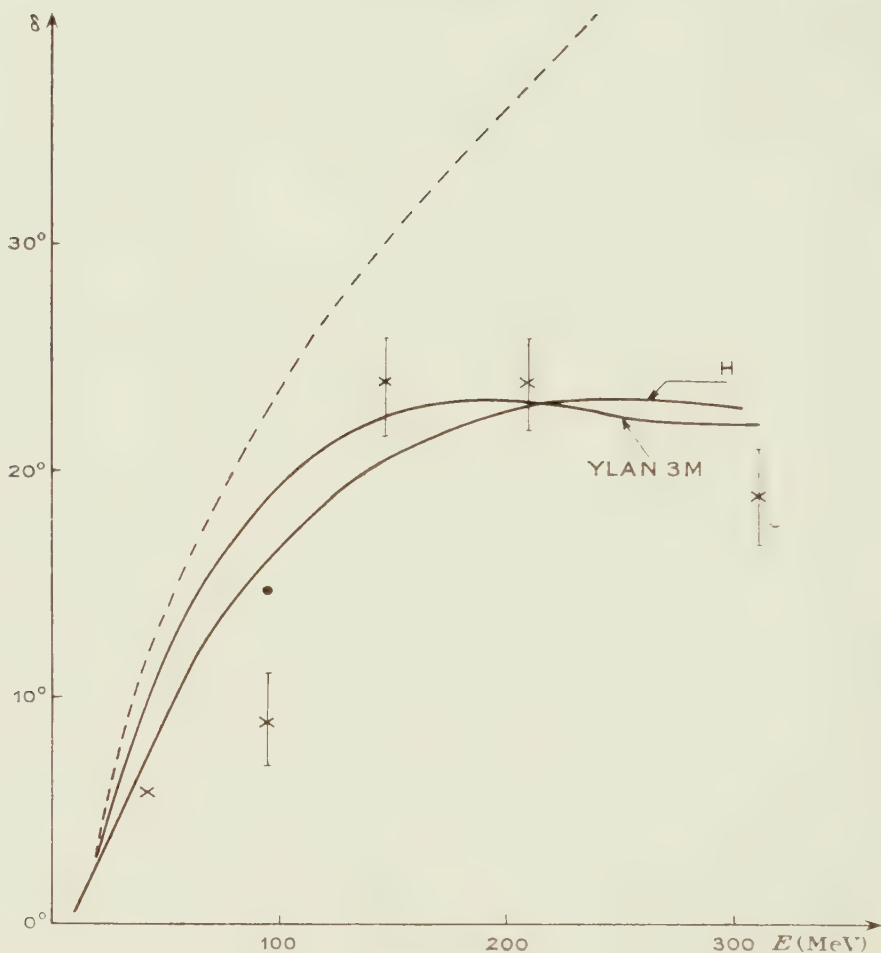
Sur les figures 9 à 14 donnant les déphasages, nous avons tracé également les courbes correspondant aux résultats obtenus avec le potentiel cité ci-dessus (H) et avec le potentiel de Bryan [12] (B) ainsi que ceux provenant des analyses en déphasages de Breit & *al.* [10]. Sur tous les graphiques les résultats obtenus dans le présent travail sont en tireté, les courbes de comparaison étant en traits pleins.

12. Discussion. — Nous avons adopté ici le point de vue d'Amati, Leader & Vitale et de Cottingham & Vinh Mau qui se sont efforcés d'étudier l'interaction nucléon-nucléon en partant des résultats d'une théorie plus simple, à savoir ceux concernant le facteur de forme électromagnétique du nucléon et les interactions pion-pion et pion nucléon. C'est pourquoi nous n'avons pas cherché à faire varier


 FIG. 12. $\delta_1(1P_1)$.

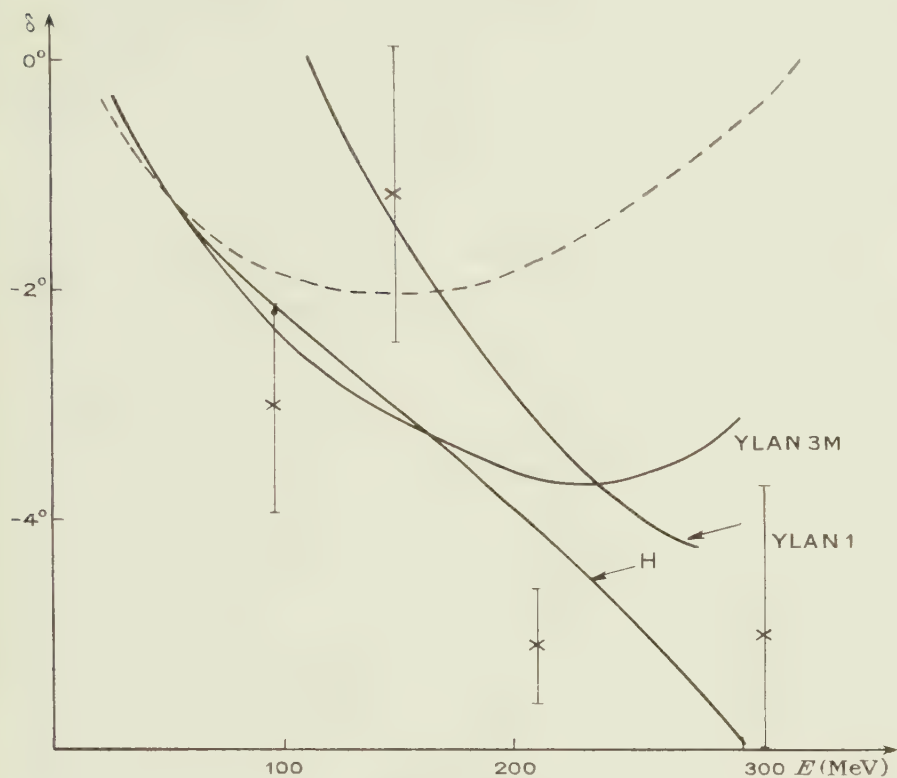
systématiquement les paramètres de la résonance φ ou de la résonance $3/2, 3/2$ ou même la constante de couplage pion-nucléon ; la seule entorse que nous ayons faite à cette règle concerne la constante de couplage ω -nucléon, g_ω ; celle-ci est encore mal connue et nous avons cherché la valeur donnant le meilleur accord avec les résultats expérimentaux nucléon-nucléon : par contre, pour sa masse nous avons pris la valeur admise actuellement $m_\omega = 5,6 \mu$.

Cette manière de voir est différente de celle de certains auteurs [34], qui s'efforcent de calculer les déphasages de la diffusion élastique nucléon-nucléon en supposant seulement l'interaction due à l'échange de particules ou de résonances entre les nucléons. Premièrement, ils négligent de cette façon la partie de l'interaction provenant de l'échange de deux pions non corrélés ; or les relations de dispersion, ainsi que nous l'avons vu, montrent l'existence d'une telle contribution et aucun argument théorique ne permet de la négliger ou de la remplacer plus ou moins par l'hypothèse de l'échange entre les nucléons de particules hypothétiques.

FIG. 13. $\delta_{22}(^3D_2)$

Secondement, ils suivent le chemin inverse du nôtre, qui consiste à considérer comme libres les paramètres des résonances ou des particules utilisées et à déterminer leurs valeurs à partir des résultats expérimentaux nucléon-nucléon.

De cette façon, disposant de plusieurs paramètres libres, il est évident que l'on peut obtenir de meilleurs résultats pour l'interaction nucléon-nucléon : de plus, ceux que nous avons obtenus pour le deutéron en négligeant la contribution continue du potentiel (qui a justement pour origine la contribution de l'échange de deux pions non corrélés) montre qu'il est relativement facile de reproduire l'état lié du deutéron avec uniquement des résonances échangées (tableau I, fig. 6). Le moment quadrupolaire électrique Q , le moment magnétique μ_d , la portée effective du deutéron $\varphi(\varepsilon, \varepsilon)$ ont des valeurs correctes : ceci cependant ne saurait constituer une justification pour négliger l'échange de deux pions non corrélés. D'ailleurs, cet accord a été obtenu avec des valeurs peu réalistes pour les résonan-


 FIG. 11. $\delta_3(^1F_3)$.

ces ρ et ω ; nous avons utilisé les valeurs que Bowcock, Cottingham & Lurié avaient proposées pour m_ρ et C_1 ; le rapport g_ω/g_ρ ainsi obtenu nous semble faible. Nous avons alors refait les mêmes calculs avec des valeurs plus réalistes pour m_ρ [25] et C_1 [30] : il ne nous a pas alors été possible d'obtenir un accord avec les valeurs expérimentales.

Les mêmes calculs des paramètres du deutéron, avec cette fois le potentiel complet et en utilisant encore les valeurs adoptées par Bowcock, Cottingham & Lurié, sont résumés par le tableau II et la figure 7. Ces calculs font ressortir la nécessité d'un rapport g_ω/g_ρ beaucoup plus élevé. On obtient une bonne valeur pour le moment électrique quadrupolaire Q , mais les fonctions d'onde radiales $u(r)$ et $w(r)$ ont alors un comportement incorrect au voisinage du cœur dur : elles présentent chacune un nœud en des points distincts dans le voisinage de $r = 0,6$ (unités $\hbar = c = \mu = 1$) ; ces nœuds interviennent très près du cœur dur, dans la région interne où l'on sait que le potentiel commence à ne plus être valable. Le moment magnétique et la proportion d'état D ont des valeurs acceptables ; par contre, la portée effective $\rho(-\varepsilon, -\varepsilon)$ est trop élevée.

L'utilisation des valeurs indiquées au paragraphe II.11b améliore certains des résultats ci-dessus (tableau III, fig. 8) ; les fonctions d'onde n'ont plus de nœuds au voisinage du cœur dur, bien qu'elles soient encore déprimées par rapport à

celles du potentiel de Hamada ; la portée effective du deutéron, bien que restant trop forte, a légèrement diminué.

La valeur obtenue pour le rapport g_{ω}/g_{ρ} conduit à un couplage ω -nucléon élevé ($g_{\omega}^2/4\pi = 32,8$ pour $g_{\omega}/g_{\rho} = 3,32$). Ceci est en accord avec la discussion du paragraphe II.7 concernant la partie V_c^0 du potentiel ; cette partie, trop attractive, peut être corrigée par l'introduction de la résonance ω avec un fort couplage ω -nucléon.

Le calcul des déphasages a été fait avec les valeurs du paragraphe II.11b et avec $g_{\omega}/g_{\rho} = 3,32$. L'examen des figures 9 à 14 qui donnent les résultats obtenus montre que, comme l'on s'y attendait, l'écart entre ces résultats et ceux obtenus par Hamada, Bryan (potentiels semi-phénoménologiques) ou Breit (analyse en déphasages) va en croissant avec l'énergie.

En ce qui concerne les déphasages pour $T = 1$ nous n'avons pas pu obtenir de résultat satisfaisant pour $\delta_0(^1S_0)$: même à basse énergie ce déphasage reste très différent des valeurs obtenues par ailleurs (+ $17,6^\circ$ pour $E = 20$ MeV contre $56,78^\circ$ pour le potentiel de Hamada par exemple) et il s'annule vers 70 MeV alors que, d'après la section efficace différentielle proton-proton, nous savons qu'il ne peut pas s'annuler au-dessous de 95 MeV. Les potentiels semi-phénoménologiques et les analyses en déphasages s'accordent d'ailleurs pour que δ_0 s'annule vers 240 MeV. Ce résultat était également prévisible puisque ce déphasage est fortement lié à l'interaction dans la région interne. L'examen des courbes pour les autres déphasages $T = 1$ montre que $\delta_2(^1D_2)$ est trop élevé (état singlet) tandis que $\delta_{11}(^3P_1)$ et $\delta_{33}(^3F_3)$ sont trop faibles (état triplet).

Dans les cas $T = 0$, tous les déphasages, aussi bien singlet que triplet, se situent trop haut par rapport à ceux obtenus par Hamada, Bryan ou Breit, le déphasage $\delta_{22}(^3D_2)$ présentant un écart important dès 150 MeV.

13. Conclusions. — Bien que nous eussions calculé les déphasages sur un intervalle d'énergie allant jusqu'à 300 MeV, nous n'espérons obtenir un accord satisfaisant avec la phénoménologie sur un tel domaine ; nous ne comptons pas plus obtenir un résultat correct pour le déphasage δ_0 ; nous savions dès le départ que le potentiel utilisé n'était acceptable que pour des distances d'interaction supérieures à $0,5 \mu^{-1}$.

Le fait que nous puissions obtenir les paramètres du deutéron de façon satisfaisante et reproduire correctement le comportement des déphasages dans la diffusion à basse énergie jusqu'à $T = 1$ compris apporte un appui à la méthode consistant à rechercher la forme de l'interaction nucléon-nucléon en calculant successivement les contributions de l'échange à un pion, deux pions, etc. ; c'est aussi un succès encourageant pour le formalisme des relations de dispersion et pour leur emploi dans la recherche d'un potentiel nucléon-nucléon.

Il est en effet très vraisemblable que les écarts entre les déphasages semi-phénoménologiques et ceux déduits du potentiel, écarts d'autant plus faibles que l'énergie est plus basse, ainsi que le comportement peu correct au voisinage du cœur dur des fonctions d'onde du deutéron ($r < 0,5 \mu^{-1}$) sont dus non à la théorie mais à son application. Un traitement plus exact des contributions calculées, en

particulier en ce qui concerne l'interaction pion-pion influant sur l'interaction pion-nucléon, joint à la prise en considération des contributions provenant des échanges à plus de deux pions améliorerait certainement les résultats obtenus. En particulier, l'introduction de la résonance ω ne saurait constituer un traitement complet de la contribution de l'échange à trois pions.

En d'autres termes nous disposons d'une méthode capable de nous fournir un potentiel nucléon-nucléon : nous sommes actuellement limité dans son application par une connaissance incomplète de l'interaction pion-nucléon et aussi par les difficultés rencontrées lorsqu'on veut tenir compte des états intermédiaires contenant plus de deux particules. Si ces difficultés pouvaient être levées nous pensons que les résultats obtenus ici pourraient être sensiblement améliorés.

14. Appendice. Calcul des $C_M^{\pi}(x)$, $C_M^{\sigma}(x)$, $C_T(x)$ et $C(x)$. — A) Ces quantités sont définies par les relations

$$(65) \quad \left\{ \begin{aligned} W_M^{\pi}(r) &= m \left\{ V_c(r) + V_{ss}(r) - (J-1) \left[V_{so}(r) + \frac{2}{2J+1} V_T(r) \right] \right\} \\ &\quad - \int_1^r C_M^{\pi}(x) e^{-xr} dx, \\ W_M^{\sigma}(r) &= m \left\{ V_c(r) + V_{ss}(r) - (J+2) \left[V_{so}(r) + \frac{2}{2J+1} V_T(r) \right] \right\} \\ &\quad = \int_1^{\infty} C_M^{\sigma}(x) e^{-xr} dx, \\ W_M(r) &= m \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} V_T(r) = \int_1^{\infty} C_T(x) e^{-xr} dx, \\ W(r) &= m [V_c(r) + V_{ss}(r) + 2 V_T(r) - V_{so}(r)] \end{aligned} \right.$$

dans le cas triplet de spin et par

$$(66) \quad W(r) = m [V_c - 3 V_s(r)] = \int_1^{\infty} C(x) e^{-xr} dx$$

pour le cas singlet. (Nous avons pris $\hbar = c = \mu = 1$.) Les V_i sont mis soit pour V_i^0 (isospin $T = 0$), soit pour V_i^1 (isospin $T = 1$).

B) CAS TRIPLET DE SPIN ET SINGLET D'ISOSPIN. — a) *Contribution de l'OPEP.* — Avec les formules (65), (46) et (60), on obtient, pour l'OPEP,

$$(67) \quad \left\{ \begin{aligned} C_M^{\pi}(x) &= -m \frac{f^2}{4\pi} \frac{2}{2J+1} [J - (J-1) \alpha^2], \\ C_M^{\sigma}(x) &= -m \frac{f^2}{4\pi} \frac{3}{2J+1} [J+1 - (J+2) \alpha^2], \\ C_T(x) &= -m \frac{f^2}{4\pi} \frac{3\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} (3\alpha^2 - 1), \quad C(x) = -3m \frac{f^2}{4\pi} \alpha^2. \end{aligned} \right.$$

b) *Contribution du bipion ρ .* — Posons

$$(68) \quad \begin{aligned} A_c^- &= \frac{3}{4} \tilde{h}^2, \quad A_{so}^- = -\frac{3}{4} \tilde{h}^2 \frac{(3/2) + 4g_v}{m^2}, \\ A_T^- &= -\frac{3}{4} \tilde{h}^2 \frac{(1 + 2g_v)^2}{12 m^2}, \quad A_{ss}^- = -2 A_T^-; \end{aligned}$$

on obtient, avec (65), (44) et (67),

$$(69) \quad \begin{cases} C_M^c(x) = -6 m \left\{ A_c^- - t_r \left[\frac{J-1}{2} A_{so}^- + \frac{3(J+1)}{2J+1} A_T^- \right] + \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + (J-1) \left[\frac{A_{so}^-}{2} - \frac{3 A_T^-}{2J+1} \right] x^2 \right\}, \\ C_M^s(x) = -6 m \left\{ A_c^- + t_r \left[\frac{J+2}{2} A_{so}^- - \frac{3J}{2J+1} A_T^- \right] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + (J-2) \left[\frac{A_{so}^-}{2} - \frac{3 A_T^-}{2J+1} \right] x^2 \right\}, \\ C_T(x) = -6 m \left[\frac{3\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} A_T^- (3x^2 - t_r) \right], \\ C(x) = -6 m \left[A_c^- + \frac{1}{2} (6 A_T^- - A_{so}^-) (x^2 - t_r) \right] \quad \text{pour } x > \sqrt{t_r}; \\ C_M^c(x) = C_M^s(x) = C_T(x) = C(x) = 0 \quad \text{pour } x < \sqrt{t_r}. \end{cases}$$

c) *Contribution du tripion*. — Les formules sont semblables aux précédentes : on définit des quantités A_i^- ($i = c, so, T, ss$) en changeant dans (68) les A_i en A_i^- , $\tilde{h}^2$ en $\tilde{h}'^2$, g_v en g_s . On a alors pour les C_M^c , C_M^s , C_T et C les mêmes formules (69) avec A_i remplacé par A_i^- et le coefficient $-6 m$ de $C_M^c(x)$, $C_M^s(x)$, $C_T(x)$, $C(x)$ remplacé par $+3 m$.

d) *Contribution continue*. — Utilisant les formules (45) et définissant $\eta_i = 3 \eta_i^+ - 6 \eta_i^-$ ($i = c, so, T, ss$), on a

$$(70) \quad \begin{cases} C_M^c(x) = \frac{2m}{(2\pi)^2} \int_2^x \beta \left\{ \eta_c(\beta) - \beta^2 \left[\frac{3(J+1)}{2J+1} \eta_T(\beta) - (J-1) \eta_{so}(\beta) \right] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. - (J-1) \left[\eta_{so}(\beta) + \frac{3 \eta_T(\beta)}{2J+1} \right] x^2 \right\} d\beta, \\ C_M^s(x) = -\frac{2m}{(2\pi)^2} \int_2^x \beta \left\{ \eta_c(\beta) - \beta^2 \left[\frac{3J}{2J+1} \eta_T(\beta) + (J+2) \eta_{so}(\beta) \right] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + (J-2) \left[\eta_{so}(\beta) - \frac{3 \eta_T(\beta)}{2J+1} \right] x^2 \right\} d\beta, \\ C_T(x) = -\frac{2m}{(2\pi)^2} \int_2^x \frac{3\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \beta (3x^2 - \beta^2) \eta_T(\beta) d\beta, \\ C(x) = -\frac{2m}{(2\pi)^2} \int_2^x \beta \left\{ \eta_c(\beta) + [3 \eta_T(\beta) + \eta_{so}(\beta)] (x^2 - \beta^2) \right\} d\beta. \end{cases}$$

C) Cas $S = 1$, $T = 1$. — Les formules correspondantes sont identiques aux formules (67), (69) et (70) aux modifications suivantes près :

formules (67) (OPEP), il suffit de diviser C_M^c , C_M^s , C_T par -3 ;

formules (69), dans le cas du bipion il faut encore diviser les C_M^p , C_M^a et C_T par -3 ; dans le cas du tripion, les formules sont inchangées (définies comme au paragraphe II.14Be à partir des formules (69) telles qu'elles sont données au paragraphe II.14Bb);

formules (70), mêmes formules avec $\eta_i = 3\eta_i^+ + 2\eta_i^-$.

D) Cas $S = 0, T = 0$. — a) *Contribution de l'OPEP*. — On obtient facilement (71)

$$C(\alpha) = 3 m f^2 / 4 \pi .$$

b) *Contribution du bipion*. —

$$C(\alpha) = -6 m (A_c^- + 6 A_T^- t_T) .$$

c) *Contribution du tripion*. — Même formule avec les A_i^- remplacés par les A_i^+ et le facteur $-6 m$ remplacé par $+3 m$.

d) *Contribution continue*. —

$$C(\alpha) = -\frac{2 m}{(2 \pi)^2} \int_2^\alpha \beta [\eta_c(\beta) + 6 \beta^2 \eta_T(\beta)] d\beta, \quad \text{avec} \quad \eta = 3 \eta^+ - 6 \eta^- .$$

E) Cas $S = 0, T = 1$. — Les $C(\alpha)$ provenant de l'OPEP et du bipion doivent être divisés par -3 . Le $C(z)$ provenant du tripion est inchangé. La contribution continue est la même avec $\eta = 3 \eta^+ - 2 \eta^-$.

C'est au titre d'Attaché de recherches au Centre National de la Recherche Scientifique que j'ai pu mener à bien ce travail. Il a été effectué au Laboratoire Joliot-Curie de Physique Nucléaire à Orsay; je remercie ici Mr le Professeur Maurice Jean et Mr le Professeur Jean Teillac de m'y avoir accueilli.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Mr le Professeur Roger Nataf; c'est sous sa direction que cette étude a été entreprise, il n'a cessé de me prodiguer ses conseils et suggestions précieuses avec beaucoup de bienveillance.

J'exprime mes plus sincères remerciements à Mr Robert Vinh Mau qui, après m'avoir suggéré la seconde partie de ce travail, n'a cessé de m'apporter sa collaboration efficace.

Les calculs numériques ont été effectués en partie sur l'ordinateur IBM 704 du Centre Blaise Pascal de Calcul numérique, en partie sur la calculatrice UNIVAC 1107 du Centre d'Orsay. Je remercie Mme Andreewsky pour l'aide qu'elle m'a apportée dans ces calculs.

RÉFÉRENCES

- [1] L. WOLFENSTEIN & J. ASHKIN, *Phys. Review*, t. **85**, 1952, p. 947.
- [2] L. WOLFENSTEIN, *Annual Review of nuclear Science*, t. **6**, 1956, p. 43.
- [3] R. H. DALITZ, *Proc. phys. Soc. [A]*, t. **65**, 1952, p. 175.
- [4] L. PUZIKOV, R. RYNDIN & Y. A. SMORODINSKY, *Ž. eksper. teor. Fiz.*, t. **32**, 1957, p. 592 (trad. anglaise, t. **5**, 1957, p. 489).
- [5] G. E. BROWN & T. V. KANELLOPOULOS, *Proc. phys. Soc. [A]*, t. **70**, 1957, p. 690; T. V. KANELLOPOULOS & G. E. BROWN, *Proc. phys. Soc. [A]*, t. **70**, 1957, p. 703.
- [6] M. LACOMBE, *C. r. Ac. Sc.*, t. **251**, 1960, p. 1768.
- [7] C. R. SCHUMACHER & H. A. BETHE, *Phys. Review*, t. **121**, 1961, p. 1534.
- [8] J. IWADARE, S. OTSUKI & W. WATARI, *Prog. theor. Physics*, t. **15**, 1956, p. 86.

- [9] M. J. MORAVCSIK, UCRL 5317-T, 1958 ;
P. CIZFRA, M. H. MACGREGOR, M. J. MORAVCSIK & H. P. STAPP, *Phys. Review*, t. **114**, 1959, p. 880.
- [10] G. BREIT, M. H. HULL, K. E. LASSILA & K. D. PYATT, *Phys. Review*, t. **120**, 1960, p. 2227 ;
G. BREIT, M. H. HULL, K. E. LASSILA, K. D. PYATT & H. M. RUPPEL, *Phys. Review*, t. **128**, 1962, p. 826 ;
M. H. HULL, K. E. LASSILA, H. M. RUPPEL, F. A. McDONALD & G. BREIT, *Phys. Review*, t. **128**, 1962, p. 831.
- [11] RIAZUDDIN, *Phys. Review*, t. **121**, 1961, p. 1509.
- [12] R. A. BRYAN, *Nuovo Cim.* [10], t. **16**, 1960, p. 985.
- [13] T. HAMADA, *Prog. theor. Physics*, t. **24**, 1960, p. 1033 et t. **25**, 1961, p. 246 ;
T. HAMADA & I. D. JOHNSTON, *Nuclear Physics*, t. **34**, 1962, p. 382.
- [14] K. E. LASSILA, M. H. HULL, H. M. RUPPEL, F. A. McDONALD & G. BREIT, *Phys. Review*, t. **126**, 1962, p. 881.
- [15] D. AMATI, E. LEADER & B. VITALE, *Nuovo Cim.* [10], t. **17**, 1960, p. 68 et t. **18**, 1960, p. 409.
- [16] J. M. CHARAP & S. P. FUBINI, *Nuovo Cim.* [10], t. **14**, 1959, p. 540 et t. **15**, 1960, p. 73.
- [17] W. N. COTTINGHAM & R. VINH MAU, *Phys. Review*, t. **130**, 1963, p. 735.
- [18] S. MANDELSTAM, *Phys. Review*, t. **112**, 1959, p. 1344.
- [19] M. CINI & S. FUBINI, *Ann. Physics*, t. **3**, 1960, p. 352.
- [20] S. OKUBO & R. E. MARSHAK, *Ann. Physics*, t. **4**, 1958, p. 166.
- [21] A. MARTIN, *Nuovo Cim.* [10], t. **14**, 1959, p. 403 et t. **15**, 1960, p. 99 ;
R. VINH MAU & A. MARTIN, *Nuovo Cim.* [10], t. **20**, 1961, p. 390.
- [22] G. F. CHEW, M. L. GOLDBERGER, F. E. LOW & Y. NAMBU, *Phys. Review*, t. **106**, 1957, p. 1337.
- [23] J. BOWCOCK, N. COTTINGHAM & D. LURIÉ, *Nuovo Cim.* [10], t. **16**, 1960, p. 918 et t. **19**, 1961, p. 142.
- [24] W. R. FRAZER & J. R. FULCO, *Phys. Review*, t. **117**, 1960, p. 1603.
- [25] M. ROOS, *Rev. mod. Physics*, t. **35**, 1963, p. 314.
- [26] D. AMATI, E. LEADER & B. VITALE, *Phys. Review*, t. **130**, 1963, p. 750 ;
S. FURUCHI, *Prog. theor. Physics*, t. **29**, 1963, p. 235.
- [27] Y. NAMBU & J. J. SAKURAI, *Phys. Rev. Letters*, t. **8**, 1962, p. 79.
- [28] S. MINAMI, Y. MIYAMOTO & N. MASUDA, *Prog. theor. Physics*, t. **27**, 1962, p. 846.
- [29] Y. HARA, *Prog. theor. Physics*, t. **27**, 1962, p. 429.
- [30] M. CARRASSI & G. PASSATORE, *Nuovo Cim.* [10], t. **27**, 1963, p. 1156.
- [31] L. HULTHÉN & M. SUGAWARA, The two-nucleon problem, *apud* Handbuch der Physik, éd. Springer, Berlin, 1957, t. **39**.
- [32] G. P. AUFRAY, *Phys. Rev. Letters*, t. **6**, 1961, p. 120.
- [33] T. F. WIMETT, *Phys. Review*, t. **91**, 1953, p. 499.
- [34] D. WONG & A. SCOTTI, *Phys. Rev. Letters*, t. **10**, 1963, p. 142.
- [35] M. H. MACGREGOR, M. J. MORAVCSIK & H. P. STAPP, *Phys. Review*, t. **116**, 1959, p. 1248 ;
M. H. MACGREGOR & M. J. MORAVCSIK, *Phys. Rev. Letters*, t. **4**, 1960, p. 524 ;
M. H. MACGREGOR, M. J. MORAVCSIK & H. P. NOYES, *Phys. Review*, t. **123**, 1963, p. 1835.
- [36] J. K. PERRING, *Nuclear Physics*, t. **30**, 1962, p. 424.
- [37] Yu. M. KAZARINOV & I. N. SILIN, High Energy Conf. C. E. R. N., 1962, p. 25.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Réactions induites par les neutrinos de haute énergie

Vu et approuvé :

Paris, le 7 janvier 1964

Le Doyen de la Faculté des Sciences

Marc ZAMANSKY

Vu et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE

M ^{me} ALBE-FESSARD	T	Psychophysiologie.	CABANNES	T	Mécanique générale.
FRIEDEL	T	Physique des Solides (Orsay).	LESIEUR	T	Mathématiques I (Orsay).
M. JULIA	T	Etudes des Moléculaires naturelles complexes.	MAZET	T	Mécanique générale (Orsay).
LENDER	T	Biologie Anim. S. P. C. N. Orsay.	CAIRE		Géographie phys. et Géolog. Dynamique.
MAGAT	T	Physico-Chimie des radio-éléments.	COMOLET	T	Mécanique des fluides.
M ^{lle} QUINTIN	T	Electrochimie.	CORABOEUF		Physiologie animale Orsay.
MONOD	T	Chimie du métabolisme.	DELLOUE		Physique de l'exosphère.
BENOIT	T	Physiol. anim. (Orsay).	GORENFLOT		Botanique II (Orsay)
DE POSSEL	T	Analyse numérique.	HOULLON		Biologie animale P. C. B.
CHARLOT	T	Chimie analytique.	JULLIEN J.		Chimie S. P. C. N. (Orsay).
LEMÉE	T	Physiol. Vég. B. M. P. V. (Orsay).	MALGRANGE	T	Technique Math. de la Physique (Orsay).
GUERIN	T	Chimie M. P. C. (Orsay).	OLIVIER		Anthropologie.
CHATELET M.	T	Chimie P. C. B.	NOZERAN	T	Botanique II (Orsay).
JEAN	T	Physique Nucléaire Orsay.	BLANC-LAPIERRE	T	Physique E. N. S. (Orsay).
MATTLER	T	Physique S. P. C. N.	CHEVAUGEON	T	Botanique (Orsay).
BERGERARD	T	Zoologie (Orsay).	KAHANE	T	Mathématiques (Orsay).
BERTIN	T	Electronique (Orsay).	SAMUEL	T	Mathémat. E. N. S. féminines.
BOUSSIÈRES		Chimie des radioéléments (Orsay).	KOURGANOFF	T	Astronomie (Orsay).
M ^{me} COUTURE	T	Thermodynamique et Méc. Physique.	THIRY	T	Mécanique céleste.
ELLENBERGER	T	Géologie des grandes régions du globe.	ABELES		Physique S. P. S. C. N.
FRANC	T	Biologie animale P. C. B.	AMAT		Physique P. C. B.
SCHNELL		Botanique tropicale (Orsay).	AUBOIN		Géologie.
STOLKOWSKI	T	Physiologie végétale.	M ^{me} BENOIT-GUEUTAL		Physique Nucl. et radioactivité.
ACHER		Chimie Biol. (Orsay).	BOUGIS		Biologie marine (Villefranche/mer).
BAUDOIN		Biologie animale P. C. B.	BRUHAT	T	Mathématiques M. P. C.
BEAUMONT		Biologie animale S. P. C. N.	BRUNN	T	Géologie historique (Orsay).
BLAMONT	T	Géophysique ionosphère	CHABBAL		Physique M. G. P. (Orsay).
BOURREAU		Botanique.	DEHEUVELS	T	Mathématique Propé (Orsay).
CURIE D.		Physique M. G. P.	D'ESPAGNAT		Physique théorique (Orsay).
DURAND-DELGA.	T	Géologie.	FURON		Géologie S. P. C. N.
FREON	T	Chimie organique (Orsay).	M ^{me} GANS	T	Génétique.
HELLER	T	Physiol. végétale.	GENEVES		Biologie végétale P. C. B.
TORTRAT	T	Calcul des Probabilités.	GUILBERT		Physique (C. U. S. Orléans)
CAILLEUX		Géologie (S. P. C. N.).	HUPE		Pétrographie.
MAGNAN	T	Physique S. P. C. N.	HOLLANDE	T	Biologie générale.
DAUDEL	T	Mécanique ondulatoire appliq. à la chimie Théorique et à la Phys. Nucléaire.	LIONS.	T	Analyse numérique.
M ^{lle} FOURCROY		Biologie Végétale S. P. C. N.	MAITTE		Chimie P. C. B.
M ^{me} CHOQUET-BRUHAT	T	Mécan. Analytique et méca. céleste.	MEYER		Physique propédeutique.
M ^{lle} VEIL		Physiologie Générale.	NICOLAS		Géologie appliquée.
LWOFF	T	Microbiologie.	PANIGEL		Biologie générale.
SIESTRUNCK	T	Mécan. Phys. et Expérim.	RAVIER		Pétrographie.
LACOMBE	T	Métallurg. des métaux Nucléaires.	ROSEAU	T	Mécanique théor. des fluides.
BROCHARD	T	Physique P. C. B. (Orsay).	ROUBINE		Electronique.
			SILBER	T	Chimie P. C. B.
			UEBERSFELD	T	Electronique.
			YVON	T	Théories Physiques.

Le Secrétaire Général..... R. POUILLAIN.

